

8556 NL
W
A

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM

2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

AFDELING MATHEMATISCHE STATISTIEK

S 334 - B 1

(Gecorrigeerde versie)

De door de administratie van de Groothandel de "Eendracht" verrichte controles en gemaakte schattingen van het brutowinstpercentage en de korting voor contant

De "Eendracht" is een groothandel met een jaarlijkse inkoop van ca. f60.000.000,-. Het aantal facturen bedraagt per jaar ca. 120.000, waarvan het grootste gedeelte meer dan één orderregel bevat. Het zijn hoofdzakelijk inkoopfacturen, maar er zijn ook facturen voor vracht en emballage en bovendien credietnota's voor ten onrechte toegestuurde of onjuist berekende facturen en voor emballage. De inkoopadministratie geschiedt centraal op het hoofdkantoor, waar per dag ca. 500 facturen binnenkomen. De verkoop vindt plaats via filialen tegen verkoopprijzen, die door het hoofdkantoor zijn vastgesteld.

De inkoopfacturen betreffen levering van goederen aan de filialen en rechtstreekse levering van fabrikanten aan afnemers. De binnenkomst in het magazijn wordt door het filiaal op een magazijnontvangstbon aan het hoofdkantoor bericht. De aankomst van rechtstreekse leveringen wordt niet gecontroleerd en is voor de controle niet van belang.

Op de inkoopfacturen worden in het algemeen vermeld: het inkoopbedrag i (dit is het goederenbedrag verminderd met rabatten), eventuele korting voor contant k , emballage e en vracht vr . De korting voor contant wordt in vrijwel alle gevallen slechts verkregen op het inkoopbedrag, zodat het factuurbedrag c als volgt ontstaat:

$$(i-k) + e + vr = c. \quad (1)$$

De facturen worden in volgorde van binnenkomst genummerd en vervolgens gecontroleerd aan de hand van prijscouranten en magazijnontvangstbonnen. Daarna worden ze per filiaal gesplitst en boekt men per dag per

filiaal de factuurbedragen in de crediteurenadministratie.

De boeking in de crediteurenadministratie geschiedt met doorslag op controlebladen (sheets). Hierbij worden de posten op de sheets in vier groepen verdeeld: posten van goederen, belast met omzetbelasting, die voor onbelaste goederen, posten voor emballage en posten voor diversen (vracht, e.d.). De bedragen i - k, e en vr worden dus afzonderlijk geboekt. Voor alle vier groepen worden totaaltellingen verricht.

De te nemen steekproef

Men wil nu intern door middel van aselechte steekproeven de wekelijkse ontwikkeling van het brutowinstpercentage per filiaal bijhouden, terwijl men verder periodiek het gemiddelde door het gehele bedrijf genoten kortingspercentage wil schatten.

Wanneer het met creditnota's van verschillende soort gemoeide bedrag niet kan worden verwaarloosd, verdient het aanbeveling twee guldenssteekproeven te nemen, één op de bedragen i - k, behorende bij gewone facturen, en één op de overeenkomstige bedragen van de creditnota's. Wij beperken ons voorlopig tot de gewone facturen.

De in de steekproef te betrekken guldens worden op de controlebladen aangewezen met behulp van gerangschikte aselechte getallen. Hiertoe worden de bedragen in de kolommen voor goederen (belast en onbelast) op een telstrook doorgeteld. Men bepaalt dan eerst de factuur waartoe een aangewezen gulden behoort en gaat vervolgens na in welke regel de gulden zich bevindt. Hierbij kan zich een complicatie voordoen als op de factuur korting voor contant is verkregen. Bij het van boven naar beneden tellen telt men dan in de bedragen i en niet in de bedragen i - k, waardoor de laatste regels op de factuur, wegens $i > i - k$, geen kans krijgen in de steekproef te worden opgenomen. De steekproef is dus strikt genomen niet meer aselekt. Men mag echter aannemen, dat de brutowinstpercentages van de laatste regels op de facturen dezelfde verdeling bezitten als de percentages op de overige posten, zodat het vrijwel uitgesloten is, dat er afwijkingen ontstaan door niet in de i - k-bedragen te tellen.

Van de aangewezen regel worden vervolgens verschillende gegevens

in het steekproefboek vastgelegd (zie bijlage I), waarbij men bij iedere regel het betreffende filiaal vermeldt.

Voor de in de steekproef betrokken facturen worden de controlehandelingen, te weten narekenen, natellen en controle met magazijnontvangstbonnen, herhaald.

De in het steekproefboek te noteren gegevens

Van alle aangewezen regels noteert men enkele algemene gegevens, zoals datum van de factuur (kolom 1), nummer van de factuur (kolom 2), omschrijving van de goederen (kolom 3) en het nummer van de aangewezen gulden (kolom 13). Aan het einde van de dag vermeldt men het bedrag waarop geëindigd is in kolom 12, terwijl in kolom 14 wordt aangegeven, welk filiaal het betreft.

Verder schrijft men op in:

kolom 4: de inkoopprijs per stuk = goederenprijs per stuk minus rabat;

kolom 5: het inkoopbedrag i ;

kolom 6: het aan korting voor contant verkregen bedrag k ;

kolom 7: de verkoopprijs per stuk;

kolom 8: het verkoopbedrag f = aantal in kolom 3 maal het bedrag in kolom 7;

kolom 9: de brutowinst $w = f - i$;

kolom 10: de korting als percentage van het inkoopbedrag = $100 \cdot \frac{(6)}{(5)}$;

kolom 11: de brutowinst als percentage van het inkoopbedrag
= $100 \cdot \frac{(9)}{(5)}$.

Het bijhouden van de ontwikkeling van het brutowinstpercentage per filiaal

Wekelijks wordt het voortschrijdend gemiddelde brutowinstpercentage voor het gehele bedrijf en voor elk der filialen afzonderlijk berekend. Dit laatste is mogelijk omdat in het steekproefboek de gegevens per filiaal gesplitst zijn. De op de aangewezen guldens gemaakte brutowinstpercentages v , uitgedrukt als percentage van het inkoopbedrag i , staan vermeld in kolom 11.

De gevonden percentages v worden iedere week verwerkt in een staat, zoals opgenomen is in bijlage II. Men deelt ze eerst in klassen in van de breedte $h = 0,5\%$. In de derde kolom onder het hoofd "aantal t/m vorige week" staan de frequenties van de brutowinstpercentages in de verschillende klassen vanaf het begin van het boekjaar tot en met de voorafgaande week; in de vierde kolom ontstaat het aantal tot en met deze week gevonden percentages per klasse door het geturfde aantal bij dat in de derde kolom op te tellen. Het op deze manier in de i -de klasse gevonden aantal noemen wij k_i .

Voor de verdere berekeningen wordt uitgegaan van een voorlopig gemiddeld brutowinstpercentage V^* , dat gekozen wordt in het midden van een klasse en zo dicht mogelijk bij het uit het verleden bekende gemiddelde brutowinstpercentage van het betreffende filiaal. Het verschil tussen het midden van de i -de klasse en V^* , uitgedrukt in klassebreedten, noemen wij d_i . Voor klassen met een midden kleiner dan V^* is d_i negatief, voor klassen met een midden groter dan V^* is d_i positief. De verschillen d_i zijn eveneens in bijlage II opgenomen. Tenslotte bevat deze bijlage voor iedere klasse de getallen $k_i d_i$ en $k_i d_i^2$, welke nodig zijn voor de nu volgende berekeningen.

Het gemiddelde brutowinstpercentage $\bar{v}$ in de steekproef tot en met deze week is bij benadering gelijk aan

$$\bar{v} = V^* + h \frac{\sum_i k_i d_i}{\sum_i k_i} \quad (2)$$

Formule (2) zal niet altijd een waarde $\bar{v}$ geven, die precies gelijk is aan het werkelijke steekproefgemiddelde, omdat er bij de berekening van wordt uitgegaan, dat per klasse het gemiddelde brutowinstpercentage in het midden van de klasse ligt, hetgeen in het algemeen niet het geval zal zijn. Bij een goed gekozen klasseindeling is de afwijking echter te verwaarlozen.

Het steekproefgemiddelde $\bar{v}$ is een schatting van het werkelijke brutowinstpercentage V . Om ook nog een betrouwbaarheidsinterval voor V op te kunnen geven berekenen wij vervolgens de standaardafwijking $s(\bar{v})$

van het in de steekproef gevonden gemiddelde brutowinstpercentage. Deze is, eveneens in goede benadering, gelijk aan

$$s(\bar{v}) = \frac{\sqrt{h^2 \sum_i k_i d_i^2 - (V^* - \bar{v})^2 \sum_i k_i}}{\sum_i k_i} \quad (3)$$

Voor de afleiding van de formules (2) en (3) verwijzen wij naar de Appendix.

Wanneer de omvang van de steekproef voldoende groot is, luidt het betrouwbaarheidsinterval voor V bij een onbetrouwbaarheid α

$$\bar{v} - \xi_{\alpha} \cdot s(\bar{v}) < V < \bar{v} + \xi_{\alpha} \cdot s(\bar{v}). \quad (4)$$

(Vergelijk de formules (2) en (3) van Memorandum S 308-A6). De in de bijlage II gekozen onbetrouwbaarheid bedraagt 5%.

Het bijhouden van de ontwikkeling van het verkregen percentage korting voor contant

Het percentage korting voor contant wil men slechts schatten voor het gehele bedrijf en niet voor elk der filialen afzonderlijk. Dit schatten kan op dezelfde manier geschieden als het schatten van het brutowinstpercentage. Gewoonlijk is men echter alleen geïnteresseerd in aanzienlijke wijzigingen van dit percentage en daarom beperkt men zich tot het incidenteel berekenen van het gemiddelde kortingspercentage.

Het behandelen van de creditnota's

Voor de behandeling van de creditnota's bestaan verschillende mogelijkheden:

a) Indien het aantal en/of de grootte van de creditnota's, behorende bij goederen, te verwaarlozen is, kunnen alle getrokken guldens van deze nota's eenvoudig uit de steekproef weggelaten worden. Dit zal dan geen noemenswaardige invloed op de schattingen van brutowinst- en kortingspercentages hebben.

b) Wanneer het niet zeker is of de creditnota's verwaarloosd kunnen worden, kan men de brutowinstpercentages op guldens uit deze nota's negatief in de betreffende klassen noteren. Een moeilijkheid ontstaat indien het

aantal in een klasse negatief wordt. Daarom kan van uit statistisch oogpunt beter de onder c) genoemde methode gevolgd worden.

c) Bij elke aangewezen factuurregel wordt nagegaan of er een creditnota tegenover staat. Is dat het geval, dan wordt de factuurregel uit de steekproef weggelaten.

d) Indien het aantal creditnota's niet te verwaarlozen is, moeten deze nota's als een aparte populatie beschouwd worden, waaruit men een afzonderlijke steekproef neemt. Met de resultaten van beide steekproeven kan dan een schatting van het werkelijke winstpercentage gemaakt worden. In de praktijk zal deze methode echter zelden noodzakelijk zijn.

Voor de percentages korting voor contant gelden dezelfde overwegingen als voor de brutowinstpercentages wanneer er creditnota's zijn.

Opmerking

Zoals eerder werd opgemerkt wordt elke aangewezen factuur nogmaals geheel gecontroleerd. Aangezien het aantal hierbij gevonden fouten zeer gering is, worden deze niet in het steekproefboek vermeld. Van deze extra controle gaat echter een preventieve werking uit.

Appendix

Laat de i -de klasse k_i waarnemingen bevatten en laat het midden van deze klasse m_i zijn. De breedte van alle klassen is h . Het voorlopig gemiddelde wordt weergegeven door V^* . Voor de i -de klasse geldt nu

$$m_i - V^* = d_i h. \quad (5)$$

Een waarneming in een klasse wordt gelijk gesteld met het midden m_i van deze klasse. De som van de waarnemingen in de i -de klasse wordt dus gesteld op $k_i m_i$ en de som over alle klasse op $\sum_1 k_i m_i$. Het totaal aantal waarnemingen, $\sum_1 k_i$, is de omvang van de steekproef.

Een schatting van v is het steekproefgemiddelde

$$\bar{v} \approx \frac{\sum_1 k_i m_i}{\sum_1 k_i} = \frac{\sum_1 k_i (m_i - V^* + V^*)}{\sum_1 k_i} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sum_i k_i (m_i - V^*) + \sum_i k_i V^*}{\sum_i k_i} = \\
&= \frac{\sum_i k_i d_i h + V^* \sum_i k_i}{\sum_i k_i} = V^* + h \frac{\sum_i k_i d_i}{\sum_i k_i}.
\end{aligned} \tag{6}$$

Een schatting voor de standaardafwijking $s(v)$ van de populatie van alle winstpercentages wordt als volgt verkregen. Door de gelijkstelling van iedere waarneming met het midden m_i van de klasse, waarin de waarneming ligt, wordt de variantie in de steekproef geschat door

$$\frac{\sum_i k_i (m_i - \bar{v})^2}{\sum_i k_i}. \tag{7}$$

Hierin kan de teller als volgt worden herleid:

$$\begin{aligned}
\sum_i k_i (m_i - \bar{v})^2 &= \sum_i k_i \{(m_i - V^*) - (\bar{v} - V^*)\}^2 = \\
&= \sum_i k_i \{(d_i h) - (\bar{v} - V^*)\}^2 = \\
&= \sum_i k_i \{(d_i h)^2 - 2(d_i h)(\bar{v} - V^*) + (\bar{v} - V^*)^2\} = \\
&= \sum_i k_i \{h^2 d_i^2 - 2h(\bar{v} - V^*)d_i + (\bar{v} - V^*)^2\} = \\
&= h^2 \sum_i k_i d_i^2 - 2(\bar{v} - V^*) (h \sum_i k_i d_i) + (\bar{v} - V^*)^2 \sum_i k_i.
\end{aligned}$$

Uit formule (6) volgt

$$h \sum_i k_i d_i = (\bar{v} - V^*) \sum_i k_i, \tag{8}$$

en dus

$$\sum_i k_i (m_i - \bar{v})^2 =$$

$$\begin{aligned}
&= h^2 \sum_i k_i d_i^2 - 2(\bar{v} - v^*)^2 \sum_i k_i + (\bar{v} - v^*)^2 \sum_i k_i = \\
&= h^2 \sum_i k_i d_i^2 - (\bar{v} - v^*)^2 \sum_i k_i. \quad (9)
\end{aligned}$$

Deze som dient nu nog door $\sum_i k_i$ (eigenlijk door $(\sum_i k_i - 1)$) gedeeld te worden; dus

$$s(\underline{v}) = \frac{\sqrt{h^2 \sum_i k_i d_i^2 - (v^* - \bar{v})^2 \sum_i k_i}}{\sqrt{\sum_i k_i}} \quad (10)$$

De standaardafwijking van het steekproefgemiddelde is gelijk aan de standaardafwijking van de populatie, gedeeld door de wortel uit de steekproefomvang; dus

$$s(\underline{\bar{v}}) = \frac{\sqrt{h^2 \sum_i k_i d_i^2 - (v^* - \bar{v})^2 \sum_i k_i}}{\sum_i k_i}. \quad (11)$$

Bijlage I Steekproefboek

9

Datum factuur	No. factuur	Omschrijving	Inkoop- prijs per stuk	Inkoop- bedrag (i)	Kortings- bedrag (k)	Verkoop- prijs per stuk
1	2	3	4	5	6	7
24-2	24567	5.000 bl. ananas	1,60	8.000,-	160,-	1,67
24-2	25335	22.000 zk. pinda's	0,45	9.900,-	148,50	0,47
25-2	25979	15.000 pt. jam	0,75	11.250,-	112,50	0,77

Verkoop- bedrag (f)	Bruto- winst (w)	Per f 100,- korting	Per f 100,- inkoopbedrag brutowinst	Saldo	Numer aange- wezen gulden	Filiaal
8	9	10	11	12	13	14
8.350,-	350,-	2,-	4,38			
10.340,-	440,-	1,50	4,44			
11.550,-	300,-	1,-	2,67			

Bijlage II

Staat voor schatting per filiaal van het
brutowinstpercentage

Klassen bruto- winst %	Geturfd	Aantal t/m vorige week	k_i	d_i	$k_i d_i$	$k_i d_i^2$
0,0 tot 0,5		3	3	-6	-18	108
0,5 " 1,0		34	37	-5	-185	925
1,0 " 1,5		98	107	-4	-428	1712
1,5 " 2,0		184	200	-3	-600	1800
2,0 " 2,5		253	276	-2	-552	1104
2,5 " 3,0		280	307	-1	-307	307
3,0 " 3,5		399	437	0	0	0
3,5 " 4,0		349	383	1	383	383
4,0 " 4,5		281	307	2	614	1228
4,5 " 5,0		219	241	3	723	2169
5,0 " 5,5		165	180	4	720	2880
5,5 " 6,0		84	92	5	460	2300
	$\sum_i$	2349	2570		810	14916
Aangenomen gemiddelde		V^*		3,25		
Klasse breedte		h		0,5		
Schatting werkelijke gemiddelde $V^* + h \frac{\sum_i k_i d_i}{\sum_i k_i}$		$\bar{v}$		3,41		
Schatting standaard- afwijking $\sqrt{\frac{h^2 \sum_i k_i d_i^2 - (V^* - \bar{v})^2 \sum_i k_i}{\sum_i k_i}}$		$s(\bar{v})$		0,024		
Betrouwbaarheidsinterval $\bar{v} \pm \xi_\alpha \cdot s(\bar{v})$		V		3,36 - 3,46		

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM

2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

AFDELING MATHEMATISCHE STATISTIEK

S334-B2

Toetsing van het opgegeven brutowinstpercentage en de totale gemaakte
verkoop van een winkelzaak door middel van een aselechte steekproef
uit de controlebladen van de crediteurenadministratie

Hoofdpijnen van de administratie

De binnenkomende facturen worden overgenomen op voorgenummerde boekingsopdrachten, welke in duplo in boekjes aanwezig zijn. De originele boekingsopdracht wordt na invulling uitgescheurd en aan de factuur van de leverancier gehecht. Per periode van bijvoorbeeld een week worden uit de achtergebleven copieën in de in die week geheel verbruikte boekjes recapitulaties op telstroken gemaakt voor het samenstellen van de journaalpost. Deze telstroken geven voor de daarop voorkomende posten geen factuuraanduiding. De journaalposten worden als volgt in het grootboek geboekt:

inkopen tegen verkoopprijs	f
materiaal, vracht, diverse onkosten ¹⁾	d
kortingen voor contant	k
(theoretische ²⁾) brutowinst	w
crediteuren	c

Geven wij het inkoopbedrag (= de inkoopwaarde) aan met i , dan is steeds voldaan aan

$$f = k + w + c \quad (1)$$

en

$$c = i - k \quad (2)$$

bij de inkoopfacturen voor goederen, en aan

$$c = d - k \quad (3)$$

bij de facturen voor diversen. De jaartotalen van de journaalposten worden verder met de corresponderende hoofdletters aangegeven. Dan geldt natuurlijk ook

$$I + D = C + K \quad (4)$$

Creditnota's van leveranciers worden op dezelfde wijze behandeld. In principe is er dan een overeenkomstige, doch tegengestelde boeking. De posten materiaal e.d. zijn zeer klein ten opzichte van de overige posten. Het bedrag K is ook klein, doch niet onbelangrijk.

Naast deze hoofdadministratie wordt een crediteurenadministratie gevoerd. Deze wordt bijgehouden, uitgaande van de in de boekjes achtergebleven copieën van de boekingsopdrachten, waarop ondermeer de namen van de crediteuren zijn vermeld. Bij het opnemen van posten op crediteurenkaarten vindt doorschrift plaats op controlebladen (= sheets). Op de crediteurenkaarten worden voorts nog de betalingen aan crediteuren geboekt, eveneens met doorschrift op sheets. Periodiek zijn er series van opeenvolgende sheets met factuurboekingen en series van opeenvolgende sheets met betalingsboekingen.

Creditnota's en betalingen worden links geboekt, eindbedragen van facturen na aftrek van korting voor contant, rechts. Het totaal

-
- 1) Op de inkoopfacturen komen geen bedragen voor materiaal, vracht e.d. voor; deze staan steeds op afzonderlijke facturen. In principe is op alle typen facturen korting voor contant mogelijk.
 - 2) De hier geboekte brutowinst wordt in werkelijkheid niet altijd gemaakt, bijvoorbeeld tijdens een uitverkoop; de afwijkingen van de theoretische brutowinst worden apart gecontroleerd.

van de laatste boekingen moet derhalve aansluiten op het jaartotaal C van de bedragen c uit het grootboek.

Accountantscontrole

Als onderdeel van de accountantscontrole worden de sheets uit de crediteurenadministratie in detail gecontroleerd met de facturen. Op deze facturen is het inkoopbedrag i vermeld. Om het bedrag c van de factuur te kunnen controleren dient dan, behalve i, tevens het kortingsbedrag k gecontroleerd te worden. Hiermede zijn dus van alle posten de bedragen c, k en i gecontroleerd. Daarna worden alle bedragen c, k en i afzonderlijk opgeteld, waardoor ook de jaarbedragen C, K en I van het journaal zijn gecontroleerd.

Wanneer het totaalbedrag D van de posten d niet te verwaarlozen is, worden bij deze controle de posten c ($c=d-k$) opgeteld, waardoor de bij de diversen en bij de goederen behorende delen van het jaarbedrag C bekend worden. In dit memorandum zal verder worden ondersteld, dat D wel kan worden verwaarloosd en dat de bedragen k en c dus steeds behoren bij inkoopfacturen van goederen.

Door de administratie wordt verder gegeven, dat de jaarbedragen W en F van de journaalposten w en f respectievelijk W_0 en F_0 zijn geweest. De accountant wil deze bedragen controleren door middel van een aselechte guldenssteekproef uit de rechterkolommen van de sheets van de crediteurenadministratie. Omdat het jaarbedrag C gecontroleerd is kan hij in plaats van W_0 ook het percentage brutowinst V_0 (als percentage van C) controleren. Hij gaat daarbij uit van de onderstelling, dat de brutowinst W_0 , dus ook het winstpercentage V_0 , zeker niet te hoog is opgegeven.

In situaties als deze wil men de opgave van de administratie uiteraard accepteren indien deze juist is, maar verwerpen wanneer de werkelijke winst hoger is. Dit komt derhalve geheel overeen met de situatie bij het toetsen van hypothesen (zie de Memoranda S308-A12 en A13).

Bij het toetsen van hypothesen spelen de fouten van de eerste en de tweede soort een grote rol (zie de genoemde Memoranda). De

fout van de eerste soort is het ten onrechte verwerpen van de nulhypothese en dus de firma ten onrechte betichten van een te lage opgave van het brutowinstpercentage. De kans op deze fout is gelijk aan α .

De fout van de tweede soort is het ten onrechte niet verwerpen van de nulhypothese; dat is in dit geval dus accepteren, dat het brutowinstpercentage V hoogstens V_0 bedraagt, terwijl dit in feite groter is. De kans op deze fout hangt ondermeer af van de werkelijk gemaakte winst. Men kan nu eisen dat de fout van de tweede soort hoogstens gelijk mag zijn aan β wanneer het werkelijke winstpercentage V_1 bedraagt, met $V_1 > V_0$. Het is niet noodzakelijk, dat β gelijk is aan α .

De door de accountant gestelde eisen kan men dus interpreteren als het toetsen van een nulhypothese van de vorm

$$H_0 : V \leq V_0$$

tegen de alternatieve hypothese

$$H_1 : V > V_0$$

De kans de nulhypothese H_0 ten onrechte te verwerpen wordt gesteld op α , terwijl geëist wordt, dat de kans H_0 niet te verwerpen hoogstens β is wanneer V een waarde $\geq V_1$ bezit.

De tijdens de steekproef te noteren gegevens

Op de wijze, waarop de guldens worden aangewezen zal verderop worden ingegaan. Bij iedere aangewezen gulden wordt de bijbehorende inkoopfactuur opgezocht, waarna men de volgende gegevens controleert en op lijsten noteert:

- 1) het nummer van de aangewezen gulden,
- 2) de voorafgaande guldenstelling tot aan de aangewezen factuur,
- 3) de naam van de betreffende crediteur,
- 4) het nummer van de bijbehorende boekingsopdracht,
- 5) omschrijving van het artikel,

- 6) de verkoopprijs f ,
- 7) de inkoopprijs i .
- 8) de inkoopprijs na aftrek van korting voor contant $c=i-k$.
- 9) de brutowinst als percentage v van het bedrag c :

$$v = 100 \cdot \frac{f-i}{c} = 100 \cdot \frac{w}{c} . \quad (5)$$

De omvang van de steekproef

De omvang van de steekproef wordt aan de hand van de gestelde eisen inzake de fouten van de eerste en de tweede soort gevonden met formule (4) van Memorandum S308-A13. Deze formule gaat in dit geval over in

$$n \geq \sigma^2 \frac{(\xi_{2\alpha} + \xi_{2\beta})^2}{(v_1 - v_0)^2} . \quad (6)$$

De waarden van $\xi_{2\alpha}$ en $\xi_{2\beta}$ kan men aflezen in Tabel I van genoemd Memorandum. De standaardafwijking σ is de standaardafwijking van de populatie van alle winstpercentages v (als percentages van c). Indien de grootte van σ niet bekend is, dan kan men de in Memorandum S308-A7 beschreven methode toepassen om de steekproefomvang te berekenen.

Het aanwijzen van de in de steekproef te betrekken guldens

Om de in de steekproef te betrekken guldens te kunnen aanwijzen, worden eerst de controlebladen met factuurboekingen uitgesorteerd en worden onder de rechterkolommen - na doortellen - de subtotalen vermeld. Vervolgens zoekt men met behulp van een lijst met gerangschikte aselechte getallen de betreffende guldens op. Behoort een aangewezen gulden tot een factuur inzake materiaal, vracht e.d., dan wordt de betrokken gulden als niet getrokken beschouwd.

Wanneer de aangewezen gulden is opgenomen in een inkoopfactuur van één artikel, dan kan de onder 9) vermelde berekening direct worden uitgevoerd. Indien de factuur de inkoop van meer dan één artikel

betreft, dan zoekt men de juiste gulden binnen de factuur op door van boven naar beneden te tellen en noteert men de gegevens van het bij deze gulden behorende artikel. Hierbij kan zich een complicatie voordoen als op de factuur korting voor contant is verkregen. Deze wordt gewoonlijk afgetrokken, nadat eerst het bedrag i van de factuur is berekend. Bij het van boven naar beneden tellen, telt men dan in de bedragen i en niet in de bedragen c , waardoor de laatste posten op de factuur wegens i groter dan c geen kans krijgen in de steekproef te worden opgenomen. De steekproef is dus strikt genomen niet meer aselekt. Dit is een bezwaar voor de berekening in punt 9), als niet mag worden aangenomen, dat de brutowinstpercentages van de laatste posten op de facturen dezelfde verdeling bezitten als de percentages op de overige posten. Wanneer het inderdaad mogelijk is, dat er systematische verschillen bestaan, dan moet voor iedere post op de factuur eerst het bedrag $c = i - k$ berekend worden en kan pas daarna uit de bedragen c de juiste gulden worden opgezocht.

Toetsing van de opgegeven totale brutowinst

Zoals hierboven reeds werd uiteengezet wordt de nulhypothese

$$H_0 : V \leq V_0$$

getoetst tegen de alternatieve hypothese

$$H_1 : V > V_0.$$

Met de formule (4) van Memorandum S308-A12 kan de ondergrens $\bar{v}_r$ van het kritieke gebied Z_r berekend worden. Bij de bepaling van de steekproefomvang werd reeds een schatting $s(\underline{v})$ van σ gevonden. Dus

$$\bar{v}_r = V_0 + \xi_{2\alpha} \cdot \frac{s(\underline{v})}{\sqrt{n}}. \quad (7)$$

Indien het gemiddelde winstpercentage $\bar{v}$ in de steekproef kleiner is dan $\bar{v}_r$, dan wordt H_0 niet verworpen. Indien $\bar{v} \geq \bar{v}_r$, dan wordt H_0 verworpen ten gunste van de alternatieve hypothese, dat $V > V_0$.

dus dat $W > W_0$.

Toetsing van het opgegeven totale verkoopbedrag

Tussen de jaarbedragen W en F bestaat volgens (1) de betrekking

$$F = W + K + C \quad 3) \quad (8)$$

De bedragen K en C zijn gecontroleerd en bekend. Tussen de bedragen W_0 en F_0 dient dus de betrekking

$$F_0 = W_0 + K + C \quad (9)$$

te bestaan. Het toetsen van W_0 staat dus gelijk met het toetsen van F_0 , en omgekeerd.

Opmerkingen

I. In het bovenstaande is de brutowinst uitgedrukt als een percentage van het bedrag c . Men kan deze winst ook uitdrukken als een percentage van de inkoopprijs i of de verkoopprijs f . Aangezien de steekproef niet uit de populaties van i -guldens of f -guldens maar uit die van c -guldens is genomen, zijn deze methoden statistisch gezien niet aan te bevelen.

II. In dit Memorandum is de invloed van creditnota's verwaarloosd. Voor hetgeen men moet doen wanneer deze een zo groot bedrag uitmaken, dat verwaarlozen niet meer is toegestaan, verwijzen wij naar Memorandum S334-B1.

III. Het kan voorkomen, dat de bij de aangewezen guldens behorende facturen (tijdelijk) ontbreken. In deze ontbrekende facturen kan een afwijkende tendentie ten aanzien van het brutowinstpercentage aanwezig zijn en dit zou de toetsing van V_0 , respectievelijk W_0 , beïnvloeden. Daarom is het noodzakelijk, dat deze facturen bijgezocht worden.

3) Hierbij wordt gebruik gemaakt van de onderstelling, dat de bij facturen voor vracht e.d. behorende bedragen C en K te verwaarlozen zijn.

IV. Wanneer de factuurbedragen niet erg uiteenlopen kan de besproken steekproef ook dienstbaar gemaakt worden om na te gaan of eventueel vereiste parafen inderdaad aanwezig zijn.

Numeriek voorbeeld

Bij een winkelzaak, waarop de hierboven gegeven beschrijving van toepassing is, werden de jaarbedragen C, K en I door de accountant gecontroleerd en vastgesteld op respectievelijk f 2.062.057,-- , f 31.435,-- en f 2.093.492,--.

Het jaarbedrag D werd geschat op hoogstens enkele duizenden guldens, hetgeen ten opzichte van de bedragen C en I te verwaarlozen is.

Van de administratie ontving men opgave, dat $W_0 = f 1.076.332,--$ en $F_0 = f 3.169.824,--$ waren. Tussen deze bedragen bestond dus inderdaad de betrekking (9).

De accountant stelde de kans op een fout van de eerste soort op 1%, dus $\alpha = 0,01$ en $\xi_{2\alpha} = 2,326$ (zie Tabel I van Memorandus S308-A13). Verder wilde hij hoogstens een kans van 1% lopen om een afwijking van de totale brutowinst naar boven van f 40.000,-- of meer niet te ontdekken; dus $\beta = 0,01$ en $\xi_{2\alpha} = 2,326$.

Eerst werden V_0 en V_1 berekend:

$$V_0 = 100 \cdot \frac{1076332}{2062057} = 52,197,$$

$$V_1 = 100 \cdot \frac{1076332 + 40000}{2062057} = 54,137.$$

Om de steekproefomvang te kunnen bepalen werd een kleine steekproef van 100 c-guldens genomen, hetgeen een schatting $s(\underline{v})$ van σ , groot 13,143, opleverde. Met formule (6) vond men

$$n = (13,143)^2 \cdot \frac{(2,326 + 2,326)^2}{(54,137 - 52,197)^2} = 993,26.$$

Na uitbreiding van de steekproefomvang van 100 tot 1000 vond men een schattings $s(\underline{v})$ van σ , groot 12,761. De daarmee te berekenen steekproefomvang zou nu zeker kleiner zijn dan 994 zodat geen verdere uitbreiding meer nodig was.

Met (7) werd daarna $\bar{v}_x$ bepaald:

$$\bar{v}_x = 52,197 + 2,326 \cdot \frac{12,761}{\sqrt{1000}} = 53,136.$$

In de steekproef van 1000 guldens werd een gemiddeld brutowinstpercentage $\bar{v}$ gevonden van 52,502. Omdat $\bar{v} < \bar{v}_x$ kon de nulhypothese niet verworpen worden.

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM

2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

AFDELING MATHEMATISCHE STATISTIEK

S 334 - B 3

Controle van de uitbetaalde schaden bij
het verzekeringbedrijf "De Overvloed"

"De Overvloed" is een bedrijf, dat verzekert tegen de risico's van kosten van ziekte, van ziekenhuis- en daarmee verband houdende kosten. De omvang blijkt uit de volgende globale cijfers:

premie-inkomen per jaar: ruim f 1.000.000,-;

uit te betalen schadebedrag per jaar: ca. f 500.000,-;

aantal schadegevallen per jaar: ca. 2.000.

De uitbetaalde schadebedragen variëren tussen f 25,- en f 2.000,-. Administratief wordt geen onderscheid gemaakt tussen kleine en grote schaden. Er zijn tien soorten polissen. Per polis kunnen verschillende personen verzekerd zijn.

Per persoon wordt een schadekaart bijgehouden, waarop alle bijzonderheden en de uitgekeerde bedragen worden vermeld. Ieder ziektegeval kan leiden tot één of meer schadebetalingen. Deze betalingen geschieden voor het merendeel per giro, terwijl daarnaast een gering gedeelte via assurantiekantoren verrekend wordt.

Bijzonderheden betreffende de populatie

Bij het gireren van de uitkeringen wordt gebruik gemaakt van verzamelgiro's per dag in duplo; hiervan wordt één exemplaar gezonden

naar het girokantoor en wordt één exemplaar behouden. Het dagtotaal van de betalingen wordt dagelijks in het giroboek geboekt met vermelding van de datum.

Per maand worden de girobetalingen, evenals de uitkeringen via de assurantiekantoren, op een grootboekkaart geboekt. Aangezien er niet iedere maand betalingen via assurantiekantoren plaats vinden, bevat de grootboekkaart per jaar slechts 16 à 18 posten.

De uit te voeren controle

Als onderdeel van de accountantscontrole wil men steekproefsgewijze nagaan of het opgegeven bedrag aan uitkeringen inderdaad is betaald en of bij het vaststellen van de schaden geen fouten zijn gemaakt. Wat het laatste onderdeel betreft, kunnen de volgende fouten voorkomen:

- a) het eigen risico van de verzekerde is niet of onjuist in aanmerking genomen;
- b) er is een telfout in de gedeclareerde schade gemaakt;
- c) er is een uitkering gedaan op een in de polis uitgezonderd risico;
- d) een coulance-betaling werd niet door beide directieleden geparafeerd;
- e) de schadebetaling is niet aan de juiste persoon geschied;
- f) er is een uitkering gedaan op een moment, dat er premie-achterstand bestond.

Er bestaan geen herverzekeringscontracten met andere maatschappijen, zodat men niet ten onrechte kan nalaten een post bij de herverzekeraar te claimen. Indien een eventuele schadeveroorzaker verzekerd is bij een andere maatschappij vindt geen schadebetaling plaats. Wanneer een schadeveroorzaker niet verzekerd is, dan wordt hij niet aansprakelijk gesteld voor de schade, zodat men ook dan niet kan vergeten het regresrecht uit te oefenen. De ervaring leert, dat de genoemde fouten slechts zelden worden gemaakt. Verder acht men het vrijwel uitgesloten, dat een schade te laag wordt vastgesteld.

Naast de bovengenoemde fouten bij het vaststellen en uitkeren van de schadebedragen, kan het totale opgegeven bedrag aan uitkeringen nog te hoog zijn doordat men:

- g) een hoger bedrag noteert dan men in werkelijkheid uitbetaalt;
- h) fouten maakt bij het berekenen van dagtotalen, maandtotalen of het jaartotaal;
- i) fouten maakt bij het transporteren.

Van eventuele fouten g), h) en i) wordt ondersteld, dat ze bewust gemaakt werden om een hoger totaalbedrag op te kunnen voeren.

Het voorkomen van één van de fouten g), h) of i) in de steekproef zal steeds aanleiding zijn om tot een integrale controle over te gaan. Ten aanzien van eventuele fouten van de typen a) tot en met f) wordt nagegaan of het inderdaad een ernstige fout is of niet. Zo ja, dan gaat men ook dan tot volledige controle over.

Verder wenst men de controle zó in te richten, dat een totaal aan fouten van 1% of meer van het opgegeven bedrag bijna zeker wordt ontdekt. Preciezer gezegd: indien 1% of meer fout is, mag de kans, dat dit niet wordt gezien, hoogstens 1% bedragen.

De te nemen steekproef

Omdat het hier een "positieve controle" betreft kan de in Memorandum S 308 - A 15 besproken keuringstechniek toegepast worden. In de eerste plaats is het duidelijk, dat een guldenssteekproef moet worden genomen. Verder mag de kans op ten onrechte goedkeuren maximaal 1% bedragen wanneer de fractie foute guldens 1% of meer bedraagt. Met $p_0 = 0,01$ en $\beta_0 = 0,01$ vindt men in Tabel I van genoemd Memorandum voor de minimale steekproefomvang n de waarde 459.

Voor het aanwijzen van de in de steekproef te betrekken guldens kan men gebruik maken van de eveneens in bovengenoemd Memorandum besproken lijsten met ongeveer 500 gerangschikte aselechte getallen. De keuze van de lijst hangt verder af van het totale schadebedrag

in het betreffende jaar. Daar dit bedrag van te voren vrij nauwkeurig bekend is, kan de vereiste lijst reeds in het begin van het jaar worden gekozen, zodat met de controle niet gewacht behoeft te worden tot het definitieve totaal bekend is.

Van een te controleren gulden wordt eerst door middel van de grootboekkaart opgezocht of het een "girogulden" of een "assurantiegulden" is en tot welke maand hij behoort. Aangezien er vrijwel geen "assurantieguldens" zijn beperken we ons verder tot de "giroguldens". Hiervoor wordt, als de maand vaststaat, in het giroboek de dag opgezocht, terwijl tenslotte met behulp van het verzamelgirobiljet wordt vastgesteld tot welke post de gulden behoort.

Is de te controleren gulden gevonden, dan worden op een lijst genoteerd: nummer van de aangewezen gulden, datum, giro of agent, polissoort, naam verzekerde, nummer girorekening waarop gestort is, bedrag en schadenummer. Vervolgens zoekt men op: het schadedossier (met aanvraag, correspondentie, rekeningen van ziekenhuizen, keuringsrapporten van medische adviseurs), de schadekaart en de kopie van de polis. Met behulp van deze stukken kan dan worden nagegaan of één van de fouten a) tot en met f) is gemaakt. De punten g), h) en i) worden gecontroleerd bij het opzoeken van de in de steekproef te betrekken guldens; zie ook Memorandum S 308 - A 15. Zodra één (ernstige) fout gevonden is gaat men tot volledige controle over.

Het aantal in de steekproef te controleren posten is ongeveer gelijk aan het aantal aan te wijzen guldens, daar het tengevolge van de kleine posten bijna niet voorkomt, dat een post meer dan één te controleren gulden bevat.

De totale controlewerkzaamheden vergen ca. 14 dagen, waarvan 3 à 4 dagen nodig zijn voor het aanwijzen van de guldens. Deze tijdsduur verschilt niet veel van die bij de vroeger toegepaste controlemethode, toen bepaalde bladzijden uit het giroboek werden gekozen, die dan in hun geheel werden gecontroleerd. Het is nu echter mogelijk de risico's welke men loopt, nauwkeuriger te omschrijven.

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM

2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

AFDELING MATHEMATISCHE STATISTIEK

S 334 - B 4

Controle van debiteurensaldilijsten

Bij bedrijven die op rekening leveren wordt aan het einde van het boekjaar ten behoeve van de balans een saldilijst van de debiteuren samengesteld. Indien de debiteur per factuur betaalt, dan is het saldo gelijk aan het totaalbedrag van alle nog niet betaalde facturen. Betaalt de debiteur periodiek met ronde bedragen, dan is het saldo het verschil tussen het totale bedrag aan verzonden facturen en het reeds betaalde bedrag.

Men bepaalt het bedrag van de afschrijving aan dubieuze debiteuren, hetzij door een op ervaring berustend rekenpercentage van de nominale bedragen te nemen, hetzij door de posten stuk voor stuk op hun waarde te beoordelen.

De controle door de accountant

Tijdens de controle wil de accountant nagaan of de balans niet (met opzet) te gunstig is voorgesteld door a) te hoog of ten onrechte opgevoerde saldi en/of b) te laag of ten onrechte afgeschreven bedragen. Men gaat uit van de onderstelling, dat de bedragen niet te laag zijn opgevoerd; de controle is dus positief.

Vindt de controle enige tijd na de afsluiting van het boekjaar plaats, dan kan het voorkomen, dat de saldi reeds betaald zijn op het tijdstip van de controle. De accountant past dan een afloopcontrole toe, hetgeen plaats vindt door de vergelijking van de saldi met de binnengekomen bedragen. Indien de controle aan het begin van het jaar plaats vindt vraagt men de debiteur schriftelijk om een bevestiging van de saldi. Wanneer het ook na herhaalde aanmaningen niet gelukt een bevestiging te krijgen, dan beperkt de accountant zich tot een zgn. ontstaanscontrole van het saldo, welke hij later eventueel aanvult met een verdere afloopcontrole.

Ten aanzien van de voorzieningen voor dubieuze debiteuren wordt nagegaan of men zich aan de daarvoor opgestelde regels heeft gehouden en of de getroffen voorzieningen aanvaardbaar zijn.

De beschreven controle kan integraal plaatsvinden of door middel van een aselechte steekproef. Daar de controle positief is ligt het voor de hand bij de steekproefmethode de in Memorandum S308-A15 besproken keuringstechniek toe te passen, waarbij als eenheden van de populatie de guldens worden gekozen. Men neemt dan een steekproef van n guldens en gaat tot een volledige controle over wanneer in de steekproef één of meer opzettelijke fouten worden gevonden.

Hieronder wordt de gang van zaken bij drie verschillende bedrijven afzonderlijk besproken. In alle drie gevallen is de eis gesteld, dat men een kans van hoogstens 1% mocht lopen de saldilijst te accepteren, indien het opgegeven bedrag aan de debiteuren 1% of meer ligt boven het werkelijke bedrag. Volgens Tabel I van Memorandum S308-A15 dient de omvang van de steekproef (bij $p_0 = 0,01$ en $\beta_0 = 0,01$) dan minstens 459 te bedragen.

Bedrijf A

Het opgegeven totaalbedrag aan debiteuren luidde f 994.349,13. De te controleren guldens werden aangewezen met behulp van een lijst van ca. 500 gerangschikte aselechte getallen tussen 0 en 100.000; voor het laatste cijfer zijn de laatste cijfers van getallen uit een andere lijst genomen. De zo bepaalde guldens werden opgezocht door de saldilijst

doorlopend te tellen, terwijl vervolgens werd nagegaan tot welk saldo de gulden behoorde en binnen dit saldo tot welke factuur. De zo gevonden factuur is op de beschreven wijze gecontroleerd, soms door afloopcontrole, in andere gevallen door saldobestorting. Aangezien bij saldobestorting niet slechts de factuur, maar het gehele saldo, waartoe de factuur behoort, wordt bevestigd, is naast het totale bij de steekproef behorende factuurbedrag nog een extra bedrag ad f 114.693,02 bevestigd. Opzettelijke fouten werden niet gevonden. De voorzieningen voor dubieuze debiteuren behoefde men niet op deze wijze te controleren.

Enige gegevens en de met de steekproef bereikte resultaten staan vermeld in Tabel I.

Bedrijf B

Hier bedroeg het gegeven totaal aan debiteuren f 1.040.378,06. Voor het bepalen van de te controleren guldens werd dezelfde lijst gebruikt als bij bedrijf A, terwijl voor het gedeelte boven f 1.000.000,- een aantal guldens zijn bijgeloot. Voor de f 40.378,06 boven het miljoen kan de lijst met 500 gerangschikte aselechte getallen tussen 0 en 40.000 gebruikt worden. Er zijn nog ± 20 trekkingen nodig, welke men b.v. verkrijgt door iedere 25ste gulden van de lijst te kiezen. Het opzoeken van de te controleren guldens geschiedde op dezelfde wijze als bij bedrijf A; bij iedere aangewezen gulden controleerde men het gehele saldo waartoe de gulden behoorde. De controle was gedeeltelijk een afloopcontrole, voor een deel een controle door een saldobestorting en voor een deel ontstaanscontrole. Ten aanzien van dit laatste deel werd het bestaan van de posten door de ontstaanscontrole bevestigd; te zijner tijd zal nog een afloopcontrole worden toegepast.

Ook hier werden geen opzettelijke fouten geconstateerd. De voorzieningen voor dubieuze debiteuren werden niet door middel van de steekproef gecontroleerd. Tabel I bevat een aantal gegevens omtrent de bereikte resultaten.

Tabel I

	<u>Bedrijf A</u>	<u>Bedrijf B</u>
Totaalbedrag saldilijst	f 994.349,13	f 1.040.378,06
Aantal posten	687	569
Aantal posten boven f 1.000,-	192	174
Totaal bedrag boven f 1.000,-	f 846.280,07	f 878.663,08
Aantal aselechte aangewezen guldens	500	500
Aantal aangewezen debiteuren	197	174
Bedrag idem	f 774.918,73	f 830.031,14
Totale aangewezen factuurbedrag	f 503.312,49	-

Steekproefresultaten:

Afloopcontrole	f 193.989,90	f 568.814,95
Saldobevestiging	f 309.322,59	f 132.241,03
Ontstaanscontrole	-	f 128.975,16
	<u>f 503.312,49</u>	<u>f 830.031,14</u>
	=====	=====

Bedrijf C

Dit bedrijf is een groothandel, omvattende een hoofdkantoor en verschillende filialen. De debiteurenadministraties worden alle op het hoofdkantoor gevoerd doch zijn per filiaal gescheiden. De debiteuren betalen facturen, dus niet in ronde bedragen.

Het totale debiteurensaldo van alle vestigingen tezamen bedraagt ca. f 6.000.000,-, welk bedrag ca. 3700 posten omvat. De spreiding van de saldi is groot; ze variëren namelijk van enkele tientallen tot enkele tienduizenden guldens.

De voorziening voor dubieuze debiteuren wordt voor saldi kleiner dan f 10.000,- (ca. 3600 posten tot een totaalbedrag van ca. f 4.000.000,-) bepaald als een percentage van de nominale bedragen. Dit percentage is

gebaseerd op waarnemingen uit het verleden. Bij de ca. 100 saldi boven f 10.000,- wordt de genoemde voorziening elk jaar individueel bepaald.

Ten behoeve van zijn balanscontrole kan de accountant afloopcontrole op de openstaande saldi toepassen, terwijl hij daarnaast van de saldi boven f 10.000,- nog de voorziening voor dubieuze debiteuren op aanvaardbaarheid dient te beoordelen.

De afloopcontrole vond plaats door middel van een aselechte steekproef van ca. 500 guldens uit de saldilijsten. Het te controleren totaal is bekend, zodat een met dit totaal corresponderende lijst van ca. 500 gerangschikte aselechte getallen gebruikt kan worden.

De volgorde van de verschillende saldilijsten werd vooraf vastgesteld. Er zijn geen subtotalen, alle bedragen dienen bij het opzoeken van de guldens dus doorgeteld te worden waardoor tegelijkertijd alle tellingen op de lijsten worden gecontroleerd.

Bij iedere getrokken gulden werd vastgesteld tot welke debiteur deze behoorde. Het gehele aangewezen saldo is daarna met betalingsstukken op afloop gecontroleerd.

Van de posten boven f 10.000,- welke niet in de steekproef waren opgenomen, werd tenslotte de voorziening voor dubieuze debiteuren gecontroleerd door de afloop na te gaan met behulp van de debiteurenkaart. Dit betrof slechts een gering aantal posten omdat in de steekproef reeds ongeveer 65% van de grote posten was opgenomen.

Ernstige fouten werden niet gevonden.

De tijdsbesparing

Het toepassen van steekproeven vindt in vele gevallen plaats met het doel de tijd, nodig voor de controle, te bekorten. Bij bedrijf A werden voorheen, bij de integrale controle, ca. 100 man-uren besteed door volledig ingewerkte krachten. Bij de toepassing van de steekproef werden, door nog niet ingewerkte krachten, ca. 80 man-uren besteed. Bij bedrijf B bedroegen deze aantallen, onder dezelfde omstandigheden, respectievelijk 160 en 130. Men verwacht bij beide bedrijven op den duur een besparing van ca. 50% te kunnen bereiken vergeleken met de tijd, nodig voor een volledige controle.

Bij bedrijf C duurde het aanwijzen van de guldens ongeveer een halve dag en het controleren van deze guldens ongeveer $4\frac{1}{2}$ dag, in totaal dus ongeveer 5 dagen. De vroeger toegepaste wijze van controleren vergede steeds 2 à 3 weken; voor een integrale controle zouden ongeveer 4 weken nodig zijn.

Bij dit alles dient men te bedenken, dat het vinden van één opzettelijke fout in de steekproef aanleiding is tot een volledige controle. Zelfs bij een zeer gering aantal opzettelijke fouten in de populatie is er een (kleine)kans, zo'n fout in de steekproef aan te treffen. Op de lange duur is de tijdsbesparing gemiddeld dus iets kleiner dan hier boven wordt gesuggereerd.

Opmerking

Het is uiteraard niet uitgesloten, dat men in de steekproef één of meer niet-opzettelijke fouten vindt. Indien hun aantal bijgehouden wordt is het mogelijk met behulp van de in Memorandum S308-A4 aangegeven methoden een betrouwbaarheidsinterval voor het percentage niet-opzettelijke fouten op te stellen en aan de hand daarvan te beoordelen of dit percentage aanvaardbaar is.

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM

2e BOERHAAVESTRAAT 49

AMSTERDAM

AFDELING MATHEMATISCHE STATISTIEK

S334-B5

Controle van de aansluiting
tussen sheets en proefbalans.

In veel gevallen voert men de administratie van bedrijven met behulp van het doorschrijfsysteem. Dit houdt in, dat alle posten rechtstreeks op losse, genummerde grootboekkaarten worden geboekt met doorschrift op controlesheets. Op de sheets komen derhalve alle gegevens, welke ook op de grootboekkaarten staan, inclusief het rekeningnummer. Slechts de volgorde van de posten verschilt. Ten aanzien van de volgorde op de sheets zijn er twee hoofdvormen:

- a. De sheets worden chronologisch, te weten in volgorde van boeking, gebruikt waarbij alle soorten posten na en door elkaar kunnen komen.
- b. Op de sheets vindt een zekere groepering plaats naar herkomst van de posten. Men plaatst bijvoorbeeld alle kasmutaties op een aantal sheets bij elkaar, evenzo alle giromutaties, alle inkoopfacturen, alle verkoopfacturen, enz. Deze groepering is een andere dan die op de grootboekkaarten waar een rubricering plaatsvindt naar de aard, respectievelijk de bestemming van de posten, zodat de posten bijvoorbeeld worden gegroepeerd op kaarten voor aankopen machines, kantoorbehoeften, debiteuren, enz. De herkomst van de posten (bijvoorbeeld giro of bank) is op deze kaarten niet of nauwelijks van belang.

Bij het boeken op de grootboekkaarten kunnen zich eveneens twee verschillende situaties voordoen:

- I. Men maakt afzonderlijke tellingen van alle debetposten en alle creditposten;

II. Na iedere boeking wordt direct gesaldeerd.

In geval I maakt men één of meer malen per jaar een proefbalans op, bestaande uit de tellingen van de grootboekrekeningen. Door saldering per grootboekrekening kan hieruit de saldibalans worden afgeleid. In geval II vormen de eindsaldi van de grootboekrekeningen de saldibalans.

De accountantscontrole

De accountant gebruikt de proefbalans en/of saldibalans als basis voor zijn verdere controle en dient dus de juistheid van deze balansen na te gaan. Hij zou dit kunnen doen door alle boekingsstukken te vergelijken met de grootboekkaarten, daarna de tellingen te controleren en tenslotte de totalen met de proef- en/of saldibalans te vergelijken. De grootboekkaarten kunnen echter niet gedurende lange tijd ter beschikking van de accountant blijven; bovendien kan vergelijking van de stukken met de grootboekkaarten zeer tijdrovend zijn wanneer men bij ieder stuk opnieuw een kaart op moet zoeken. Gewoonlijk vindt de controle daarom op een andere wijze plaats.

Men begint met het controleren van de sheets. Gesteld kan worden, dat deze op een zeker moment geheel gecontroleerd zijn, zowel aangaande de bedragen als de rekeningnummers van de vermelde posten. Volgens moet de aansluiting tussen de gecontroleerde sheets en de proefbalans worden vastgesteld. Dit geschiedt normaliter door de debet- en creditposten vanaf de sheets afzonderlijk te recapituleren naar groepen van gelijksoortige grootboekrekeningen. Deze recapitulatie dient aan te sluiten op de overeenkomstige recapitulatie van de rekeningen van de proefbalans of de saldibalans. Bij een saldibalans wordt dikwijls genoeg genomen met een saldo-aansluiting.

Het recapituleren van de sheets is weliswaar zeer eenvoudig doch kost veel tijd en geeft veelal onbevredigende resultaten, ondermeer omdat vaak verschillen geconstateerd worden, die het gevolg zijn van telefouten e.d. gemaakt tijdens de recapitulatie. Bovendien komen verschuivingen binnen de groepen niet naar voren. Het is bijna nooit mogelijk achteraf de sheets post voor post te vergelijken met de grootboekrekeningen.

Een alternatief voor de genoemde controle is een controle door middel van aselecte steekproeven. De aansluiting van de proef- of saldibalans met de sheets wordt dan in twee fasen nagegaan:

- a) controle op de volledigheid;
- b) controle op de juiste rubricering van de posten.

Ten aanzien van fase a) eist men dat:

- 1. alle posten die op de sheets staan ook op de grootboekkaarten voorkomen;
- 2. alle posten, die op de grootboekkaarten staan ook op de sheets voorkomen;
- 3. de bedragen op de proef- of saldibalans overeenkomen met de bedragen op de grootboekrekeningen.

Wanneer punt a) in orde is bevonden kunnen alleen nog verschillen ontstaan doordat de rekeningnummers van de posten op de sheets en op de grootboekkaarten niet met elkaar in overeenstemming zijn of doordat op de sheets voorkomende posten gesplitst en over verschillende grootboekkaarten verdeeld werden. Dit wordt dan in fase b) gecontroleerd.

De te nemen steekproef

Bij de beschrijving van de te nemen steekproef onderstellen wij voorlopig, dat de administratie de onder I aangegeven vorm bezit. De controle in fase a) kan dan geschieden in twee stappen:

- a₁) men telt de sheets en de grootboekkaarten volledig door en vergelijkt de totalen;
- a₂) de totalen van de grootboekrekeningen worden vergeleken met de posten op de proefbalans.

Wanneer de volledigheid geconstateerd is kan bij de controle in fase b) van een aselecte guldenssteekproef gebruik worden gemaakt. De te controleren populatie bestaat dan uit alle guldens, die op de sheets zowel aan de debet- als aan de creditzijde voorkomen. De populatie bestaat dus uit 2T guldens indien het debettotaal, en dus ook het credit-totaal, T guldens bedraagt. Bij deze steekproef past men een keuringsprincipe toe, zoals beschreven in de Memoranda S308-A14 en A15. Dit be-

tekent, dat men bij het vinden van meer dan een vooraf bepaald aantal fouten in de steekproef overgaat tot volledige controle van de populatie, terwijl men in het andere geval de populatie goedkeurt.

Indien het vinden van één opzettelijke fout in de steekproef reeds aanleiding is om alles te controleren, komt de in Memorandum S308-A15 beschreven methode in aanmerking. In veel gevallen zal men reeds een fractie afwijkingen van 1% of meer met een grote kans willen constateren, bijvoorbeeld behoudens een kans van 1%. In de terminologie van genoemd Memorandum betekent dit, dat $p_0 = 0,01$ en $\beta_0 = 0,01$ gekozen worden en dat de steekproefomvang minstens 459 moet bedragen. Bij andere waarden van p_0 en β_0 vindt men de steekproefomvang in Tabel I van dat Memorandum. De keuze $p_0 = 0,01$ houdt een afwijking bij 1% van het totaalbedrag ad 2T guldens in.

Het aanwijzen van de in de steekproef op te nemen guldens kan reeds bij het doortellen van de sheets in fase a_1) geschieden. Daarbij is het niet van belang in welke volgorde de sheets worden geteld. Men kan bijvoorbeeld eerst alle debet- en daarna alle creditposten tellen, of bijvoorbeeld eerst de debet- en daarna de creditposten per sheet tellen.

Bezit de administratie de onder II aangegeven vorm, dan kan dezelfde controlemethode worden toegepast. Ook nu dienen de sheets en de grootboekkaarten geheel doorgeteld te worden. Het opgegeven saldo van een grootboekrekening moet overeenstemmen met dat van de debet- en credittellingen van deze rekening en dit saldo moet weer gelijk zijn aan de betreffende post op de saldibalans. De controle in fase b) blijft ongewijzigd.

De hierboven beschreven methode geeft wel een tijdsbesparing maar heeft nog altijd het bezwaar, dat zowel de sheets als de grootboekkaarten geheel doorgeteld moeten worden. Er bestaat een methode om het tellen van de sheets te vermijden. In fase a_1) worden dan zowel op de sheets als op de grootboekkaarten de aantallen posten bepaald en worden de gevonden aantallen vergeleken. In fase a_2) telt men de grootboekkaarten volledig door en vergelijkt men de totalen of de eindsaldi van de groot-

boekrekeningen met de bedragen op de proef- of saldibalans. Wanneer men in de fasen a_1) en a_2) geen verschillen vindt wordt in fase b) een as-lecte postensteekproef uit de populatie van alle debet- en creditpos-ten op de sheets genomen. Hierbij wordt, evenals bij de guldenssteek-
proef, een keuringsprincipe toegepast, zoals beschreven in de Memoran-
da S308-A14 en A15. Vindt men bijvoorbeeld één opzettelijke fout in de
steekproef reeds aanleiding om alles te controleren en kiest men weer
 $p_0 = 0,01$ en $\beta_0 = 0,01$, dan betekent dit, dat behoudens een kans van
1% een afwijking bij 1% of meer van het totaal aantal posten op de sheets
een volledige controle ten gevolge zal hebben. Het aanwijzen van de in
de steekproef op te nemen posten gebeurt ook hier in fase a_1) bij het
tellen van de posten op de sheets.

Deze methode geeft minder zekerheid dan de eerst beschreven metho-
de met behulp van een guldenssteekproef. De methode kan echter aange-
vuld worden door de gegevens uit de postensteekproef te gebruiken om
het totaalbedrag op de sheets, dus het totaal van alle debet- en credit-
posten tezamen, te schatten.

Stellen namelijk $x_1, \dots, x_n$ de grootten van de in de steekproef
opgenomen posten voor, is

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + \dots + x_n)$$

de gemiddelde grootte van de posten in de steekproef en bedraagt het
totale aantal posten op de sheets N , dan is $N\bar{x}$ een schatting van het
totaalbedrag, debet plus credit, van de sheets. Berekenen wij bovendien
de standaardafwijking

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2\}}$$

in de steekproef, dan worden in de notatie van Memorandum S308-A6 de
grenzen van het tweezijdige betrouwbaarheidsinterval voor het totaal-
bedrag van de sheets, bij een onbetrouwbaarheid α , gegeven door

$$M_{\frac{\alpha}{2}} = N\bar{x} - \xi_{\frac{\alpha}{2}} \cdot N \frac{s}{\sqrt{n}}$$

en

$$M^* = \overline{Nx} + \xi_{\alpha} \cdot N \frac{s}{\sqrt{n}}.$$

Het totaalbedrag $2T$ van de grootboekkaarten dient dan tussen de grenzen M_* en M^* te liggen.

W
A

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM

2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

AFDELING MATHEMATISCHE STATISTIEK

S 334 - B 6

Accuratesse-controle met behulp van

het A.O.Q.L.-keuringssysteem.

Bij een instantie komt dagelijks een groot aantal door particulieren ingevulde formulieren binnen, welke formulieren het uitgangspunt vormen voor de aan deze particulieren uit te keren bedragen.

De centrale administratie van de instantie controleert de formulieren en berekent vervolgens de te betalen bedragen.

Om na te gaan of de administratie accuraat werkt neemt de interne accountant steekproeven uit de gecontroleerde formulieren. Hij is daarbij niet zo zeer geïnteresseerd in het ontdekken van alle fouten doch meer in het ontdekken van foutenbronnen, terwijl hij verder met zijn controle wil bereiken, dat de "kwaliteit" van de door hem geaccepteerde berekeningen aan zekere minimeisen voldoet. Onder "kwaliteit" wordt hier verstaan de fractie correct berekende bedragen.

Eventuele fouten kunnen in twee typen worden onderscheiden, namelijk fouten met en fouten zonder financiële consequenties. Fouten van het eerste type worden uiteraard als ernstiger beschouwd dan die van het tweede type. Deze laatste bepalen overigens niet de

"kwaliteit", zoals uit de boven gegeven definitie blijkt. Beide typen fouten kunnen na ontdekking worden verbeterd.

Op geregelde tijden ontvangt de interne accountant een aantal door de centrale administratie gecontroleerde formulieren, waarop o.a. het berekende uit te keren bedrag is vermeld. Het aantal formulieren varieert per keer van ca. 200 tot ca. 2.000.

Het A.O.Q.L.-keuringssysteem ¹⁾.

In de boven beschreven situatie kan het zogenaamde A.O.Q.L.-keuringssysteem worden toegepast. Men kan dit systeem gebruiken wanneer men meer geïnteresseerd is in de gemiddelde kwaliteit van een groot aantal doorgegeven populaties dan in de kwaliteit van de individuele goedgekeurde populaties afzonderlijk. Doordat men vooral let op de gemiddelde kwaliteit is het niet zo'n groot bezwaar, dat er wel eens een populatie van minder goede kwaliteit wordt doorgelaten, mits er populaties van goede kwaliteit tegenover staan, waardoor de gemiddelde kwaliteit van alle doorgelaten populaties tezamen aan een van te voren bepaalde minimumeis voldoet.

Bij het A.O.Q.L.-systeem gaat men als volgt te werk ²⁾:

- 1) uit iedere ter keuring aangeboden populatie wordt een aselechte steekproef zonder teruglegging getrokken en wordt het aantal foute elementen ($=k$) bepaald;
- 2) de populatie wordt goedgekeurd indien k kleiner is dan of gelijk is aan de afkeurgrens k_0 en wordt geheel gecontroleerd indien k groter is dan deze afkeurgrens;

¹⁾ Voor een uitvoeriger beschrijving wordt verwezen naar Memorandum S308-A17.

²⁾ De volgende beschrijving geeft niet de meest algemene vorm van het systeem weer.

- 3) alle in de steekproef of tijdens de volledige controle gevonden foute elementen worden verbeterd.

Bij dit systeem kan men er door geschikte keuze van de steekproefomvang en de afkeurgrens voor zorgen, dat de gemiddelde kwaliteit van de doorgegeven populaties niet lager ligt dan een van tevoren vastgesteld niveau K . Deze keuze hangt naast K ook af van de omvang N van de populatie.

De gemiddelde fractie doorgelaten foute elementen wordt de Average Outgoing Quality (A.O.Q.) genoemd. Heeft men K gekozen, dan is deze fractie dus maximaal $1-K$, welke grens de naam Average Outgoing Quality Limit (A.O.Q.L.) draagt ³⁾.

De grootten van de steekproefomvang n en de afkeurgrens k_0 kunnen, bij gegeven waarden van N en K , bepaald worden met behulp van de tabellen van DODGE en ROMIG ⁴⁾. Voor $K = 0,995$, dus A.O.Q.L. = $1 - 0,995 = 0,005$, en bijvoorbeeld $N = 1.000$ vinden wij, dat het gestelde doel onder andere bereikt kan worden door voor n en k_0 de combinaties (70;0) en (145;1) te kiezen. De keuze uit de mogelijke combinaties wordt bepaald door eventuele kennis omtrent het werkelijke percentage fouten in de aangeboden populaties. DODGE en ROMIG geven in hun tabellen die combinaties van n en k_0 die, gegeven dit werkelijke percentage fouten (de Process Average), het verwachte totale aantal te controleren formulieren, dus inclusief eventuele integrale controles, minimaal maakt. Weet men uit ervaring dat het

3) Het woord "Quality" in deze naam kan verwarring wekken omdat het in feite het "gebrek" aan kwaliteit uitdrukt en dus niet in overeenstemming is met de in dit Memorandum gegeven betekenis van het woord kwaliteit.

4) H.F. DODGE en H.G. ROMIG, "Sampling Inspection Tables", John Wiley and Sons, New York, Second Edition (1959), pp 197-204. In deze tabellen wordt in plaats van de letter k_0 de letter c gebruikt.

bedoelde percentage in elk geval zeer klein is, bijvoorbeeld kleiner dan 0,1, dan wordt bij $N = 1.000$ de combinatie (70;0) gekozen. Men neemt dan een steekproef van 70 stuks en gaat over op volledige controle wanneer in deze steekproef één of meer fouten worden gevonden. Voor $201 \leq N \leq 400$ is de beste combinatie in dit geval (60;0), voor $401 \leq N \leq 800$: (65;0) en voor $801 \leq N \leq 2.000$: (70;0).

Het samenstellen van lijsten met aselechte getallen.

Strikt genomen zou de interne accountant voor iedere populatieomvang N een lijst met het vereiste aantal aselechte getallen tussen 0 en N samen moeten stellen. Omdat N tussen 200 en 2.000 ligt zou dit ca. 1.800 lijsten opleveren. Daar dit aantal vrij groot is kan men beter het hierna te beschrijven systeem toepassen.

Uit de tabellen van DODGE en ROMIG lezen wij af, dat in het hier beschouwde geval - $K = 0,995$ en minder dan 0,1% fouten in de aangeboden formulieren - de in Tabel I vermelde waarden van n en k_0 de beste zijn. Afhankelijk van de grootte van N kunnen er - wegens N tussen 200 en 2.000 - drie waarden van n voorkomen.

Tabel I

Waarden van n en k_0 voor alle

mogelijke waarden van N

N	n	k_0	Lijstnummer
30 - 50	30	0	
51 - 100	42	0	
101 - 200	55	0	
201 - 400	60	0	1
401 - 800	65	0	2
801 - 4000	70	0	3

Heeft men nu de beschikking over een lijst met n aselechte getallen tussen 0 en 1, dan kan men door vermenigvuldiging van deze getallen met de populatieomvang N een lijst met n aselechte getallen tussen 0 en N samenstellen. Voor elke populatieomvang tussen bijvoorbeeld 800 en 4.000 kan men dan met één lijst van 70 aselechte getallen tussen 0 en 1 volstaan. ⁵⁾ Na vermenigvuldiging met N wordt afgerond op het dichtsbijliggende gehele getal ⁶⁾.

Toepassing van het A.O.Q.L.-systeem

De interne accountant stelt bij de toepassing van het A.O.Q.L.-systeem de eis, dat de gemiddelde kwaliteit van de doorgegeven populaties over een lange periode niet lager mag zijn dan 99,5%. Over die periode mag de gemiddelde fractie fout berekende uit te keren bedragen in de doorgegeven formulieren dus hoogstens 0,5% zijn. Het controlesysteem vindt nu als volgt plaats:

- a) Het aantal van de centrale administratie ontvangen formulieren, welke betrekking hebben op een periode van enkele weken, wordt vastgesteld en in een zekere (overigens willekeurige) volgorde gerangschikt.
- b) Uitgaande van het gevonden aantal formulieren ($= N$) wordt met behulp van Tabel I de steekproefomvang n bepaald. Daarna wordt een lijst met n aselechte getallen tussen 0 en 1 opgezocht en wordt daarmee door vermenigvuldiging met N een lijst van n aselechte getallen tussen 0 en N samengesteld.
- c) De te controleren formulieren worden met behulp van de onder b) genoemde lijst van aselechte getallen opgezocht.

⁵⁾ Past men de methode vaak toe, dan verdient het aanbeveling niet steeds van dezelfde lijst van 70 aselechte getallen uit te gaan.

⁶⁾ Lijsten van het genoemde type zijn samengesteld door het Mathematisch Centrum.

- d) Tijdens of na het opzoeken controleert men de aangewezen formulieren op fouten van de twee genoemde typen.
- e) De van belang zijnde gegevens worden genoteerd op het "Steekproef-controleformulier", waarvan een model in Bijlage I is weergegeven.
- f) Elke gevonden fout met financiële consequenties wordt verbeterd. Indien één of meer van deze fouten worden gevonden controleert men alle tot de bewuste populatie behorende formulieren op fouten van beide typen. Bij deze volledige controle worden de gevonden fouten op het "Integrale-controleformulier", waarvan een model in Bijlage II wordt gegeven, genoteerd.
- g) Gevonden fouten zonder financiële consequenties worden met de hoofden van de betreffende afdelingen besproken. Van de datum en de aard van de afwerking wordt op de controleformulieren aantekening gehouden.

Opmerking

Men kan zich afvragen wat het nut van het A.O.Q.L.-keuringssysteem is indien er toch slechts zeer weinig fouten met financiële consequenties gemaakt worden. In feite kan men echter niet uitsluiten, dat tengevolge van de een of andere oorzaak, tijdelijk, of periodiek, of blijvend, het foutenpercentage op een hoger niveau komt te liggen. Het A.O.Q.L.-keuringssysteem garandeert, dat ook dan de fractie fouten in de doorgegeven populaties gemiddeld niet groter dan $1 - K$, dus dat de gemiddelde kwaliteit niet lager dan K , zal zijn.

Bijlage I

<u>Steekproefcontroleformulier</u>						
Periode:		Populatieomvang:		Gebruikte lijst:		
Aselect getal	Nummer van formu- lier	Resultaten				
		Goed	Fout met	Fout zonder	Afwerking fout zonder financiële consequenties	
			financiële consequenties			
					Datum	Aard

Aantal fouten met financiële consequenties: °

" " "

" zonder "

Volledig gecontroleerd: ja/nee

Bijlage II

Resultaten van de volledige controle
(alleen formulieren met fouten noteren)

Periode:

Nummer van formulier	Fouten		Afwerking fout zonder financiële consequenties	
	met financiële consequenties	zonder financiële consequenties	Datum	Aard

Totaal aantal fouten met financiële consequenties:
" " " zonder " °

het A.O.Q.L.-keuringssysteem

Bij een handelsonderneming bedraagt het aantal inkoopfacturen per jaar ca. 11.000 met een totaalbedrag van ca. f 17.000.000,--.

Wanneer een factuur binnenkomt wordt deze globaal vergeleken met de orderbon. Vervolgens maakt men een slip in enkelvoud, waarop o.a. vermeld worden ¹⁾:

- 1) factuurnummer (is slipnummer, doorlopend genummerd);
- 2) factuurdatum;
- 3) leveranciersnummer;
- 4) factuurbedrag (is brutobedrag minus factuurskorting doch zonder aftrek van betalingskorting);
- 5) artikelcode en aantal;
- 6) goederenbedrag (is brutobedrag);
- 7) een code, aan de hand waarvan later o.a. kortingspercentages bepaald kunnen worden.

De gegevens van de slips worden met een boekhoudmachine overgebracht op ponskaarten. Aan het einde van de dag draait men met behulp van deze kaarten een overzicht van de op die dag binnengekomen facturen. De ponskaarten worden eenmaal per week met een aantal gegevens gecompleteerd en vervolgens gesorteerd op kortingspercentage zodat kortingsstaten kunnen worden afgedraaid. De weektotalen van deze staten worden in een controleregister ingeschreven. De aansluiting wordt, wat betreft de volledigheid, vastgesteld met de dagtotalen, afkomstig van de dagstaten van de slips. Tenslotte worden de ponskaarten eenmaal per week op leveranciersnummer gesorteerd teneinde de betalingsopdrachten voor die week te vervaardigen; eventuele creditnota's worden hierbij in mindering gebracht.

Buitenlandse facturen worden bij ontvangst omgerekend tegen dagkoers.

De brutobedragen van de facturen worden wekelijks vanaf de slips in

¹⁾ Met het vervaardigen van de slip wordt niet gewacht tot de binnenkomst van de goederen is geconstateerd.

het inkoopboek ingeschreven. De tellingen in dit boek worden iedere week gecontroleerd met behulp van het register van de betalingsopdrachten.

Wanneer de binnengekomen goederen in het magazijn zijn uitgepakt worden aan de hand van uitpakstaten "interne" facturen opgesteld. Hierop wordt o.a. de bruto-inkoopwaarde vermeld. Deze facturen worden eveneens in het inkoopboek ingeschreven en wel achter de gewone (of "externe") facturen waar ze betrekking op hebben. Men controleert daarna of de externe en interne facturen met elkaar overeenstemmen. Verschillen beneden f 1,-- worden na accoordbevinding op een verzamelrekening geboekt. Verschillen boven f 1,-- worden gespecificeerd en verder uitgezocht. Deze verschillen kunnen bijvoorbeeld ontstaan doordat (vooral bij buitenlandse) op de facturen kosten in rekening worden gebracht.

De controle door de accountant

De accountant wil door middel van aselechte steekproeven onderzoeken of voor de betaalde bedragen ook goederen in het magazijn zijn binnengekomen. Hij wil daartoe uit het register van de betalingsopdrachten guldenssteekproeven nemen en dan nagaan of de inkoopfacturen, waartoe de steekproefguldens behoren, en eventuele creditnota's in orde zijn.

Omdat een leverancier wel zal reclameren indien hem een te laag bedrag wordt uitbetaald wordt ervan uitgegaan dat de populatie van alle guldens van alle boekingsopdrachten volledig is.

De in het verleden gevonden fouten waren steeds te wijten aan slordigheden en niet aan fraude. Ook gezien de interne organisatie zijn bewuste fouten vrijwel uitgesloten zodat men kan handelen alsof de controle een accuratessecontrole is. De gevonden fouten kunnen in principe verbeterd worden hetgeen echter nogal wat tijd en moeite vergt. In een voorlopige steekproef van 685 guldens uit betalingsopdrachten met bedragen kleiner dan f 10.000,-- werd geen enkele teveel betaalde gulden aangetroffen.

Tenslotte dient nog vermeld te worden, dat de accountant overweegt alle facturen met bedragen boven of gelijk aan een zekere grens (f x_0 ,--) volledig te controleren. Een overzicht van de aantallen grote facturen en hun totaalbedragen is opgenomen in Tabel I.

De keuze van het controlesysteem

Bij de keuze van het controlesysteem overweegt men, dat:

- 1) fraude vrijwel uitgesloten is;
- 2) een niet te groot bedrag aan accuratessefouten aanvaardbaar is;
- 3) met de steekproef niet tot het einde van het jaar gewacht kan worden;
- 4) gevonden fouten verbeterd kunnen worden;
- 5) bij een eventueel afkeuren van een (deel-) populatie volledige controle zal moeten plaatsvinden, hetgeen niet onmogelijk maar wel erg lastig is.

In situaties als deze komt het A.O.Q.L.-keuringssysteem, zoals beschreven in Memorandum S308-A17, in aanmerking. De in Memorandum S308-A15 ("Controle op ernstige fouten") behandelde methode is hier door de overwegingen 1) en 2) niet noodzakelijk, en is ook weinig geschikt omdat men aan het einde van het jaar niet alsnog kan besluiten tot volledige controle van het gehele jaar over te gaan.

Het A.O.Q.L.-keuringssysteem

Bij het A.O.Q.L.-keuringssysteem concentreert men de aandacht op de gemiddelde kwaliteit $\bar{K}$ van alle geaccepteerde populaties tezamen. Onder "kwaliteit" wordt in het onderhavige geval het percentage terecht betaalde guldens verstaan. Het percentage $\bar{K}$ hangt af van de kwaliteit K van de aangeboden populaties en van het keuringssysteem. Daar de kwaliteit van de aangeboden populaties meestal niet bekend is, kan de gemiddelde doorgegeven kwaliteit niet zonder meer worden opgegeven. Wel is het echter mogelijk het keuringssysteem zó in te richten, dat de gemiddelde doorgegeven kwaliteit in ieder geval niet minder bedraagt dan een van te voren opgegeven waarde, stel $\bar{K}_{\min}$. Anders gezegd: men kan er door de keuze van het controlesysteem voor zorgen, dat het percentage teveel betaalde guldens niet boven een bepaalde waarde komt.

Wij merkten reeds op, dat de steekproefsgewijze controle alleen plaatsvindt op de facturen met bedragen kleiner dan een nog te kiezen grens van $f \cdot x_0$. Bij de toepassing van het A.O.Q.L.-systeem worden nu iedere maand n guldens aangewezen in het totaalbedrag van alle in die

maand uitgevoerde betalingsopdrachten met bedragen beneden f x_0 ,--. Indien méér dan k_0 teveel betaalde guldens in de steekproef worden aangetroffen dienen alle betalingsopdrachten van die maand gecontroleerd te worden. Alle in de steekproef of bij de integrale controle gevonden fouten worden verbeterd.

De waarden van n en k_0 worden bepaald door de omvang N van de in een maand aangeboden populatie en door de minimale kwaliteit $\bar{K}_{\min}$, die men gemiddeld door wil geven.

De omvang N hangt af van de voor x_0 gekozen waarde; de volgende tabel geeft hiervan een overzicht.

Tabel I

Verband tussen x_0 en N

x_0	Betalingsopdrachten > f x_0 ,--		N	N
	Aantal	Totaalbedrag	per jaar	per maand
5.000	1.050	f 10.000.000,--	7.000.000	585.000
7.500	600	" 8.000.000,--	9.000.000	750.000
10.000	400	" 7.000.000,--	10.000.000	835.000
12.500	240	" 5.800.000,--	11.200.000	935.000
15.000	180	" 4.900.000,--	12.100.000	1.010.000
∞	0	" --,--	17.000.000	1.415.000

De accountant stelt de eis, dat het gemiddelde per jaar te veel betaalde bedrag niet meer dan f 50.000,-- mag zijn. Wanneer x_0 is vastgesteld kan uit de gegevens van Tabel I worden geschat hoeveel procent dit is van het per jaar met steekproeven te controleren bedrag; de gemiddelde kwaliteit $\bar{K}_{\min}$ moet dan iedere maand minstens gelijk zijn aan 100% minus het gevonden percentage.

Uitgaande van de zo gevonden waarden van N en $\bar{K}_{\min}$ kunnen met be-

hulp van de tabellen van Dodge en Romig ¹⁾ paren n en k_0 worden gevonden waarmee het gestelde doel kan worden bereikt. In verband met het veronderstelde kleine werkelijke percentage fouten wordt de kolom met de kleinste vermelde "process average" en daarin de grootst mogelijke populatieomvang (100.000) gekozen. Tabel II bevat de waarden van $\bar{K}_{\min}$, n en k_0 voor de in Tabel I genoemde waarden van x_0 . Bij $x_0 = \infty$ worden alle posten, dus ook de grote, steekproefsgewijze gecontroleerd.

Tabel II

Waarden van $\bar{K}_{\min}$, n en k_0 voor verschillende
waarden van x_0

x_0	$\bar{K}_{\min}$ (in %)	$100 - \bar{K}_{\min}$ (in %) ²⁾	n ³⁾	k_0
5.000	99,29	0,70	120	1
7.500	99,44	0,55	155	1
10.000	99,50	0,50	170	1
12.500	99,55	0,45	190	1
15.000	99,59	0,40	210	1
∞	99,71	0,25	335	1

Men wenst nu x_0 zó te kiezen, dat het totale aantal per jaar in de

¹⁾ H.F. DODGE en H.G. ROMIG, "Sampling Inspection Tables", John Wiley and Sons, New York, Second edition (1959), pp. 197-204. In deze tabellen is AOQL = $100 - \bar{K}_{\min}$ in procenten, $c = k_0$, process average = = fractie fouten vóór de inspectie.

²⁾ De voor $(100 - \bar{K}_{\min})$ gevonden percentages werden voorzichtigheidshalve naar beneden afgerond.

³⁾ Door Dodge en Romig werden in hun eerder vermelde tabellen voor de percentages 0,70 en 0,40 geen tabellen van n en k_0 opgenomen. Men kan echter aantonen, dat voor $N > 100.000$ bij $k_0 = 1$ de grootte van n gevonden kan worden door 0,84 te delen door $(100 - \bar{K}_{\min})$.

gewone controle te controleren facturen minimaal is. Daartoe werd Tabel III opgesteld. Daaruit blijkt, dat voor x_0 de optimale waarde 10.000 is. Er behoeven dan slechts ca. 2.440 facturen per jaar gecontroleerd te worden. Iedere maand wordt een steekproef van 170 gulden genomen

Tabel III

Jaarlijkse omvang van de controle
voor verschillende waarden van x_0

x_0	Steekproefomvang		Aantal facturen groter dan f x_0 ,--	Totaal aantal te controleren facturen
	per maand	per jaar		
5.000	120	1.440	1.050	2.490
7.500	155	1.860	600	2.460
10.000	170	2.040	400	2.440
12.500	190	2.280	240	2.520
15.000	210	2.520	180	2.700
∞	335	4.020	0	4.020

terwijl men tot volledige controle moet overgaan wanneer men twee of meer fouten in de steekproef vindt.

In het bovenstaande is nog geen rekening gehouden met de mogelijkheid, dat in bepaalde maanden wellicht alle betalingsopdrachten gecontroleerd moeten worden. De kans hierop hangt af van het werkelijke percentage teveel betaalde gulden, welk percentage echter onbekend is. Aangezien men veronderstelt, dat dit percentage zeer klein is, zullen deze volledige controles echter slechts zeer sporadisch voorkomen.

Opmerking.

Aan de eis, dat gemiddeld per jaar hoogstens f 50.000,-- teveel betaald mag worden, wordt door het beschreven steekproefstelsel in het alge-

meen ruimschoots voldaan. Bij de berekeningen is namelijk uitgegaan van de ongunstigste waarde die K kan hebben; in het verleden lag het werkelijke percentage terecht betaalde guldens veel hoger. Bovendien wordt bij iedere aangewezen gulden niet alleen dié gulden, maar de gehele factuur waartoe deze behoort, gecontroleerd.

Het aanwijzen van de in de steekproef op te nemen guldens

Hierboven werd bij $x_0 = 10.000$ een maandelijkse populatieomvang in de orde van 835.000 berekend. Deze omvang zal echter van maand tot maand, misschien wel in hoge mate, fluctueren. Het is dus niet mogelijk één lijst van 170 aselechte getallen tussen 0 en 835.000 samen te stellen. Er zijn echter lijsten van 170 op grootte gerangschikte aselechte getallen, in 4 en in 8 decimalen, beschikbaar ¹⁾. Deze dienen dan met de gevonden populatieomvang (welke dus eerst bepaald moet worden) vermenigvuldigd te worden. De zo verkregen getallen worden daarna op het dichtstbijzijnde gehele getal afgerond.

Het aanwijzen van de guldens is eenvoudig omdat de rekenapparatuur van de cliënt in de "staat van de accountant" de bedragen onder de f 10.000,-- per maand cumulatief optelt.

De instructie voor de controle

Door de accountant werd de volgende instructie opgesteld:

- 1) Het totaal van alle betalingsopdrachten per maand moet overeenstemmen met de cijfers van de boekhouding.
- 2) De populatieomvang wordt vastgesteld. Dit is het totaal van alle betalingsopdrachten met bedragen beneden f 10.000,--.
- 3) De beschikbare aselechte getallen worden vermenigvuldigd met de populatieomvang. De producten worden op gehele getallen afgerond.

¹⁾ Door het Mathematisch Centrum kunnen, op aanvraag, lijsten van aselechte getallen tussen 0 en 1 van elke gewenste omvang vervaardigd worden.

- 4) De onder 3 gevonden getallen worden opgezocht in de kolom van de cumulatieve betalingsopdrachten beneden f 10.000,--. De te controleren facturen worden aangetekend.
- 5) De betalingsopdrachten met bedragen groter dan of gelijk aan f 10.000,-- worden eveneens opgezocht en aangetekend.
- 6) De nummers van de aangewezen facturen worden op volgorde geplaatst.
- 7) De te controleren facturen worden opgezocht.
- 8) Ontbrekende facturen worden genoteerd en de nummers worden aan de administratie doorgegeven. Indien één of meer van deze facturen na verloop van tijd nog niet achterhaald zijn wordt de accountant ingelicht. Deze beslist wat er ten aanzien van deze facturen dient te geschieden.
- 9) De aangewezen en opgezochte externe facturen worden vergeleken met de bijbehorende interne facturen.
- 10) Verschillen tussen externe en interne facturen worden genoteerd op een lijst, afzonderlijk voor de betalingsopdrachten boven en beneden f 10.000,--.
- 11) Op de staat voor de accountant worden de gecontroleerde en goed bevonden facturen afgehaakt.
- 12) De facturen met verschillen worden in het inkoopboek opgezocht. Er wordt nagegaan of deze verschillen verklaard kunnen worden.
- 13) Verklaarde verschillen worden op de lijst sub. 10 afgehaakt. Niet verklaarde verschillen worden aan de accountant en de administratie gerapporteerd.
- 14) Indien op de aantekenlijst sub. 10 meer dan één niet verklaard verschil in de betalingsopdrachten beneden f 10.000,-- voorkomt moeten alle betalingsopdrachten van de maand gecontroleerd worden.

W
A¹

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM

2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

AFDELING MATHEMATISCHE STATISTIEK

S 334 - B 8

Steekproefcontrole van inkoopfacturen

Een handelsfirma ontvangt per jaar ca. 8.000 inkoopfacturen met een totaalbedrag van ruim f 14.000.000,-. Deze facturen worden geboekt op grootboekkaarten met een doorslag op sheets, waarna ze alfabetisch in ordners worden opgeborgen. Vanaf de sheets kunnen de facturen teruggezocht worden met behulp van hetzij het boekingsnummer in het factuurregister, hetzij het codenummer in de codelijst van de crediteuren.

De controle door de accountant

De accountant wil controleren of de facturen met de juiste bedragen op de grootboekkaarten zijn geboekt. De controle wordt gezien als een positieve controle, waarbij men uitgaat van de sheets. Het opzoeken van de bij de posten behorende inkoopfacturen is zeer tijdrovend. Daarom wil men overgaan op een steekproefsgewijze controle, met dien verstande, dat facturen met bedragen boven een nader vast te stellen bedrag (fx₀,-) integraal gecontroleerd dienen te worden. Verder wordt als eis gesteld, dat de kans om van eventuele fouten in de steekproef niets te zien, maximaal 1% bedraagt wanneer het totaal aan fouten in de inkoopfacturen f 25.000,- of meer is.

Als controlesysteem kiest men het systeem, beschreven in Memorandum S308-A15: "Controle op ernstige fouten". Voor deze controle houdt dit in, dat een guldenssteekproef genomen moet worden uit de populatie van posten, die kleiner zijn dan $fx_{0,-}$; de overige posten worden volledig gecontroleerd.

De vaststelling van x_0

Teneinde de gunstigste grens x_0 te kunnen bepalen moet men gegevens verzamelen omtrent de aantallen grote facturen en de bedragen, die daarmee gemoeid zijn. Een overzicht hiervan is opgenomen in Tabel I.

Tabel I

Aantallen facturen en totaalbedragen
boven $fx_{0,-}$; totaalbedragen onder $fx_{0,-}$.

x_0	Jaarlijks aantal facturen boven $fx_{0,-}$	Jaarlijks bedrag boven $fx_{0,-}$	Jaarlijks bedrag beneden $fx_{0,-}$ (= N)
500	4.100	13.320.000	835.000
750	3.600	12.905.000	1.250.000
1.000	3.000	11.655.000	2.500.000
2.000	1.550	9.905.000	4.250.000
3.000	950	9.115.000	5.040.000
4.000	750	8.445.000	5.710.000

Met behulp van de bedragen in de laatste kolom wordt berekend hoe groot de fractie fouten ($= p_0$) moet zijn, opdat de totale fout in de posten onder $fx_{0,-}$ gelijk is aan f 25.000.--. De kans β_0 dat geen enkele fout in de steekproef wordt gevonden, terwijl de totale fout toch f 25.000,- of meer is, werd reeds gesteld op 0,01. Omdat

de populatieomvang N steeds zeer groot is kan Tabel I van Memorandum S308-A15 gebruikt worden om de vereiste steekproefomvang n te bepalen.

De aantallen in de steekproef te controleren facturen, de aantallen grote facturen en de totale aantallen te controleren facturen zijn voor verschillende waarden van x_0 in Tabel II vermeld ¹⁾.

Tabel II

Aantallen te controleren facturen

x_0	p_0	n	Aantal facturen boven fx_0 , ²⁾	Totaal aantal te controleren facturen
500	0,03	152	4.125	4.277
750	0,02	228	3.600	3.828
1.000	0,01	459	3.000	3.459
2.000	0,006	766	1.550	2.316
3.000	0,005	919	950	1.869
4.000	0,004	1.149	750	1.899

Uit Tabel II leest men af, dat de optimale waarde van x_0 3.000 bedraagt. De facturen met bedragen $\geq f$ 3.000,- dienen dus integraal gecontroleerd te worden terwijl uit de overige facturen een

¹⁾ In Tabel I van Memorandum S308-A15 ontbreken enkele in Tabel II vermelde waarden van p_0 . Onder Opmerking II aan het slot van dit Memorandum werd voor $\beta_0 = 0,01$ een iets uitvoeriger tabel van de vereiste steekproefomvang n bij verschillende waarden van p_0 opgenomen.

²⁾ In Tabel II en in de tekst wordt steeds gesproken van "groter dan $f x_0$,-" terwijl in feite bedoeld wordt "groter dan of gelijk aan $f x_0$,-". Overigens zal een factuur met een bedrag van precies $f x_0$,- zelden of nooit voorkomen.

aselecte steekproef van ruim 900 guldens getrokken moet worden.

Het kan uiteraard voorkomen, dat twee of meer aangewezen guldens in één factuur vallen. Dit heeft ten gevolge, dat de in Tabel II gegeven aantallen te controleren facturen bovenschattingen zijn. De werkelijke aantallen zullen hier in het algemeen onder liggen.

De uitvoering van de controle

Voor het controleren van de facturen met bedragen $\geq$ f 3.000,- worden alle factuurordners doorgebladerd. De betreffende facturen worden alle met de boekingen op de grootboekkaarten en met de boekingen op de sheets vergeleken. Verder noteert men de nummers en de bedragen, terwijl de bijbehorende boekingen tenslotte na accoordbevinding op de sheets worden afgehaakt.

De omvang N van de populatie van posten beneden f 3.000,- wordt vastgesteld door tellingen te maken van de creditzijden van de sheets van alle posten tezamen en van de posten $\geq$ f 3.000,-. Het totaal van de posten $\geq$ f 3.000,- wordt vergeleken met het eerder verkregen totaal van deze posten. Wanneer deze met elkaar in overeenstemming zijn bepaalt men N door het totaal van alle posten te verminderen met het totaal van de posten boven f 3.000,-.

Laten wij aannemen dat gevonden wordt, dat $N = 5.120.500$, dan is $p_0 = \frac{25.000}{5.120.500} = 0,00488$, waaruit voor de minimaal vereiste steekproefomvang volgt $n = 942$. Met behulp van een lijst met 942 aselecte getallen tussen 0 en 1 kan nu, door vermenigvuldiging met 5.120.500 en afronding op gehele getallen, een lijst met 942 aselecte getallen tussen 0 en 5.120.500 vervaardigd worden. Beschikt men niet over een lijst met 942 aselecte getallen, dan kan uiteraard ook met een lijst met meer aselecte getallen worden gewerkt.

In de creditkolommen van de sheets worden de in de steekproef op te nemen guldens opgezocht. Men bepaalt tot welke facturen deze behoren en noteert de codenummers van de crediteuren, de nummers van de boekingsstukken en de bedragen. Voor de opgezochte facturen worden vervolgens de vereiste controlehandelingen uitgevoerd.

Opmerkingen

I. De omvang N van de populatie heeft ieder jaar een andere waarde en kan pas na afloop van het jaar precies worden vastgesteld. Ook de waarde van n zal derhalve van jaar tot jaar verschillen.

In verband met wijzigingen in de frequentieverdeling, zoals gegeven in Tabel I, verdient het aanbeveling het totale inkoopbedrag, de aantallen facturen met bedragen boven fx_0 , en het daarmee gemoeide bedrag bij te houden teneinde een volgend jaar na te kunnen gaan of het gewenst is de optimale waarde van x_0 opnieuw te bepalen.

II. De in Tabel I van Memorandum S308-A15 vermelde waarden van n werden berekend met de formule

$$n \geq \frac{\log \beta_0}{\log (1-p_0)} .$$

Hieronder wordt voor $\beta_0 = 0,01$ een iets uitvoeriger tabel gegeven.

p_0	n	p_0	n
0,050	90	0,0085	540
0,045	101	0,0080	574
0,040	113	0,0075	612
0,035	130	0,0070	656
0,030	152	0,0065	707
0,0275	166	0,0060	766
0,0250	182	0,0055	835
0,0225	203	0,0050	919
0,0200	228	0,0045	1.022
0,0175	261	0,0040	1.149
0,0150	305	0,0035	1.313
0,0140	327	0,0030	1.533
0,0130	352	0,0025	1.840
0,0120	382	0,0020	2.301
0,0110	417	0,0015	3.068
0,0100	459	0,0010	4.603
0,0095	483	0,0005	9.209
0,090	510	0,0001	46.050

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM

2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

AFDELING MATHEMATISCHE STATISTIEK

Controle van een licentiebureau

Vele winkeliers zijn na de aankoop van bepaalde apparatuur aan de licentiehouders een jaarlijkse vergoeding verschuldigd. De hoogte van deze vergoeding is van allerlei factoren afhankelijk en bedraagt steeds een veelvoud van f 50,--, tot een maximum van f 250,--. Van al deze winkeliers is een dossier aangelegd. Tevens worden zoveel mogelijk potentiële aanschaffers van genoemde apparatuur opgespoord voor wie ook een dossier wordt aangelegd. De door de laatsten te betalen vergoeding kan dus op f 0,-- gesteld worden.

Controleurs gaan voortdurend na of de juiste vergoeding betaald wordt. De meeste winkeliers geven echter reeds vrijwillig een wijziging in de vergoeding aan het bureau door.

Het aantal betaalde vergoedingen bedroeg in zeker jaar 2.560 van f 50,--, 2.486 van f 100,--, 12.308 van f 150,-- en 40 van f 250,--. Verder waren er 12.950 dossiers van potentiële cliënten.

De controle door de accountant

De controle van de accountant bestaat o.a. uit het vergelijken van de betaalde vergoedingen met de in het dossier aanwezige gegevens. Hij wil deze controle wegens het grote aantal dossiers steekproefsgewijze uit-

voeren.

Als steekproef komt slechts een postensteekproef, dus een aselechte steekproef uit de populatie van alle dossiers, in aanmerking. Alle in de steekproef aangetroffen dossiers worden gecontroleerd. De controle komt nu neer op het constateren van de juistheid van de bovenvermelde, door de administratie van het bureau opgegeven, aantallen. De accountant wil, behoudens een kleine kans β van bijv. 1%, een afwijking ρ van bijv. 1% of meer, van het totale met de vergoedingen gemoeide bedrag B ontdekken en wil, behoudens een kleine kans α van bijv. 1%, een correcte opgave van de administratie niet als onjuist aanmerken. Hij gaat tot integrale controle over indien hij een afwijking van het totale bedrag B van ρ of meer ontdekt.

Statistisch gezien staan de accountant meerdere wegen open. Twee daarvan worden hieronder besproken.

De methode van het steekproefgemiddelde

De meest voor de hand liggende methode is die, waarbij met behulp van het steekproefgemiddelde de juistheid van het gegeven populatiegemiddelde wordt getoetst. In de Memoranda S308 - A12 en A13 wordt de theorie hiervan uiteengezet.

De verwachting μ_0 van de gegeven populatie, dus de gemiddelde vergoeding per dossier is, indien N het totale aantal dossiers is, gelijk aan

$$\frac{B}{N} = \frac{2.232.800}{30.344} = 73,583.$$

Getoetst wordt dan de nulhypothese

$$H_0 : \mu \leq \mu_0 = 73,583.$$

Er wordt rechtseenzijdig getoetst omdat bij fraude de in de administratie geboekte vergoedingen te laag zullen zijn, terwijl de cliënt tegen te hoge vergoedingen zal protesteren.

Behoudens een kans $\beta = 0,01$ dient nu een afwijking $\rho \cdot B = 0,01 \times 2.232.800 = 22.328$ van het totale bedrag B naar boven ontdekt te worden. Een totaalbedrag van $2.232.800 + 22.328 = 2.255.128$ betekent een gemiddelde vergoeding per dossier van

$$\frac{2.255.128}{30.344} = 74,319.$$

De alternatieve hypothese H_1 is dan

$$H_1 : \mu \geq \mu_1 = 74,319$$

en het onderscheidingsvermogen bij dit alternatief dient dan $1 - \beta = 0,99$ te zijn.

Verder dient nog de standaard afwijking σ van de opgegeven populatie berekend te worden. Nu is

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{30.344} \left\{ 12.950 \times 0^2 + 2.560 \times 50^2 + 2.486 \times 100^2 + \right. \\ &\quad \left. + 12.308 \times 150^2 + 40 \times 250^2 \right\} - (73,583)^2 = \\ &= 4.824,469. \end{aligned}$$

$$\text{dus } \sigma = \sqrt{4.824,469} = 69,458.$$

We zijn nu in staat met behulp van formule (4) van Memorandum A13 de voor het onderscheidingsvermogen minimaal vereiste steekproefomvang n te bepalen. Met $\alpha = \beta = 0,01$ en dus $\xi_{2\alpha} = \xi_{2\beta} = 2,326$ (zie Tabel I van genoemd memorandum), $\mu_1 - \mu_0 = 0,736$ en $\sigma^2 = 4824,469$ vinden we

$$n \geq \left(\frac{2,326 + 2,326}{0,736} \right)^2 \times 4824,469 = 192.741.$$

Met zo'n steekproefomvang kan men de gehele populatie wel ineens integraal controleren! Een verzwakking van de eisen inzake α en/of β helpt niet veel omdat een grote verandering van $\alpha(\beta)$ slechts een kleine verandering van $\xi_{2\alpha}$ ($\xi_{2\beta}$) tengevolge heeft. Alleen een vergroting van

μ_1 , en dus van ρ , heeft noemenswaard effect. Om een idee hiervan te krijgen kunnen we bijvoorbeeld, bij dezelfde α en β , de ρ berekenen welke tot een steekproefomvang n van 1.000 leidt. Dan is

$$\left(\frac{2,326 + 2,326}{\mu_1 - \mu_0} \right)^2 \times 4824,469 = 1.000,$$

dus $\mu_1 - \mu_0 = 10,218$, ofwel

$$\mu_1 = 73,583 + 10,218 = 83,801.$$

Dit correspondeert met een totaalbedrag van

$$30.344 \times 83,801 = 2.542.858$$

en dit betekent weer een ρ van 13,89%.

Deze methode is dus onbruikbaar en de reden daarvan is de grote standaard afwijking van 69,458.

Een modificatie van de boven beschreven methode is als volgt. De populatie van 30.344 dossiers wordt gesplitst in twee subpopulaties: a). de 12.950 dossiers met een vergoeding van f 0,-- , b). de overige dossiers. Bij de eerste subpopulatie kan een controle op (ernstige) fouten, zoals beschreven in de Memoranda S308 - A14 en A15, toegenast worden terwijl bij de tweede subpopulatie de methode van het steekproefgemiddelde weer bruikbaar is. De tweede subpopulatie bezit een veel kleinere standaard afwijking dan de gehele populatie, nl. 37,203 i.p.v. 69,458. Bij dezelfde α , β en ρ als boven leidt dit tot een steekproefomvang n van minstens 18.169. Deze reductie van de standaard afwijking leidt dus nog steeds tot een te hoge steekproefomvang.

Een betere methode, met een geheel andere opzet, is die van DE WOLFF welke hierna besproken wordt.

De methode van DE WOLFF ¹⁾

Deze methode komt in dit concrete geval op het volgende neer. Er wordt een aselechte steekproef van n dossiers genomen. Indien daarin één of meer fouten met financiële consequenties worden aangetroffen wordt de gehele populatie gecontroleerd. In het andere geval kan een eenzijdig betrouwbaarheidsinterval voor de fractie fouten p met bovengrens p^* bepaald worden. We nemen nu aan, dat de werkelijke waarde van p gelijk is aan p^* . Dit geeft dus in totaal $30.344 \times p^*$ fouten in de gehele populatie. Met deze fouten is een onbekend bedrag gemoeid welk bedrag echter 1% ($\rho = 0,01$) van het totale opgegeven bedrag B niet mag overschrijden.

Omtrent de verdeling van de fouten over de populatie en de grootte van de fouten kunnen nu allerlei onderstellingen gemaakt worden. Hieronder wordt onder A. de meest veilige onderstelling gemaakt en daarna onder B. een iets minder veilige maar realistischer onderstelling, welke tot een lagere steekproefomvang leidt.

A. De veiligste onderstelling omtrent de verdeling en de grootte van de fouten is die, waarbij alle fouten zich bevinden bij de 12.950 dossiers met f 0,-- vergoeding en dat alle fouten f 250,-- bedragen. Het in totaal hiermede gemoeide bedrag is dus

$$30.344 \times p^* \times 250 = 7.586.000 \times p^*,$$

en dit mag weer niet groter zijn dan

$$\rho \times B = 0,01 \times 2.232.800 = 22.328.$$

In Omerking I wordt aangetoond, dat

$$p^* = 1 - \alpha^{1/n}$$

dus

$$7.586.000 \times p^* = 7.586.000 \times (1 - \alpha^{1/n}) \leq 22.328$$

¹⁾ Zie P. DE WOLFF, "Steekproeven bij administratieve contrôle", Statistica Neerlandica 10 (1956), pp. 35-44.

of

$$\alpha^{1/n} \geq 1 - \frac{22.328}{7.586.000} = \frac{7.563.672}{7.586.000}.$$

Indien $\alpha = 0,01$ vinden we met logaritmen:

$$\frac{1}{n} \log 0,01 \geq \log 7.563.672 - \log 7.586.000,$$

dus

$$n \geq \frac{\log 0,01}{\log 7.563.672 - \log 7.586.000} = \frac{-2}{-0,0012802} = 1562,3.$$

Dus $n \geq 1.563.$

Deze methode is zeer grof maar ook zeer veilig. Verder kan aangetoond worden, dat de werkelijke onbetrouwbaarheid kleiner is dan α . Dit kan ook ingezien worden door te bedenken, dat indien er wél fouten in de steekproef worden aangetroffen er geen betrouwbaarheidsinterval wordt bepaald, doch de gehele populatie wordt gecontroleerd.

B. We kunnen een besparing op de steekproefomvang bereiken door te veronderstellen, dat de fouten gelijkmatig over de gehele populatie verdeeld zijn. In het algemeen zal dit ook in werkelijkheid het geval zijn. In de veronderstellingen omtrent de grootte van de fouten brengen we echter geen wijziging.

Het met de fouten gemoeide bedrag bepalen we als volgt. Stel dat alle posten fout zijn. De totale fout bedraagt dan

$$250 \times N - B = 250 \times 30.344 - 2.232.800 = 5.353.200.$$

Nu is echter slechts een fractie p^* van de posten fout zodat de totale fout in feite $5.353.200 \times p^*$ bedraagt.

Uit

$$5.353.200 \times p^* = 5.353.200 \times (1 - \alpha^{1/n}) \leq 22.328$$

wordt, zoals in geval A., de minimale steekproefomvang n bepaald. We

vinden nu

$$n \geq 1.102.$$

Dit scheelt 461 trekkingen met de onder A. behandelde methode.

Indien de fouten niet gelijkmatig over de populatie zijn verdeeld is het ergste geval, dat alle fouten zich in de groep van 12.950 dossiers met f 0,-- vergoeding bevinden en bevinden we ons in geval A. Daar staat tegenover, dat ook in geval A de fouten niet alle f 250,-- zullen bedragen. Voorzichtigheidshalve zouden we de totale fout op bijv. $5.500.000 \times p^*$ kunnen stellen, hetgeen $n \geq 1.133$ oplevert.

Opmerkingen

I. De relatie $p^* = 1 - \alpha^{1/n}$ wordt als volgt afgeleid.

Indien de werkelijke foutenfractie in de populatie p is, dan is de kans op geen enkele fout in de steekproef gelijk aan $(1-p)^n$. Het betrouwbaarheidsinterval voor p bestaat dan uit al die waarden van p , waarvoor de kans $(1-p)^n$ niet kleiner is dan de onbetrouwbaarheid α .
Uit

$$(1-p)^n \geq \alpha$$

volgt

$$p \leq 1 - \alpha^{1/n}.$$

Voor de grootste waarde van p welke hieraan voldoet, dus voor p^* , geldt derhalve

$$p^* = 1 - \alpha^{1/n}.$$

II. Bij de methode van DE WOLFF wordt n berekend met behulp van een relatie van de vorm

$$N.F.p^* = \rho \cdot r,$$

waarin N het totale aantal dossiers en F de veronderstelde grootte van een fout is. Dus

$$p^* = 1 - \alpha^{1/n} \leq \frac{\rho B}{NF}$$

of

$$\frac{1}{n} \log \alpha \geq \log \left(1 - \frac{\rho B}{NF}\right).$$

Indien nu $\frac{\rho B}{NF}$ veel kleiner is dan 1 en we nemen natuurlijke logaritmen, dan mogen we schrijven

$$\frac{1}{n} \log \alpha \geq -\frac{\rho B}{NF},$$

of, omdat $\log \alpha$ negatief is,

$$n \geq -\frac{NF \log \alpha}{\rho B} = \frac{NF \log 1/\alpha}{\rho B}$$

We zien hieruit, dat de minimale steekproefomvang ongeveer recht evenredig is met F en met N en met $\log 1/\alpha$, en ongeveer omgekeerd evenredig met ρ en met B.

Voor $\alpha = 0,01$ is $\log 1/\alpha = \log 100 = 4,60517$. Onder A. was $F = 250$ en onder B. gold $F = 176,417$. Met in beide gevallen $\rho B = 22.328$ en $N = 30.344$ vinden we respectievelijk

$$n \geq 1.565 \quad \text{en} \quad n \geq 1.105.$$